

Economia Politica (corso serale, a.a. 2013-2014)
Esercizi sull'elasticità: Soluzioni

Marianna Belloc

Esempio 1. Data la funzione di domanda di un bene:

$$Q(p) = 5000 - 10p$$

1. calcolare il valore dell'elasticità di domanda quando il prezzo varia da $p_1 = 150$ a $p_2 = 200$
2. esporre graficamente il risultato

Soluzione 1:

L'elasticità della domanda calcolata secondo il metodo usuale è (utilizzando il rapporto incrementale):

$$\begin{aligned} E_D &= \left| \frac{dQ(p)}{dp} \cdot \frac{p}{Q(p)} \right| = \left| \frac{5000 - 10 \times 200 - 5000 + 10 \times 150}{50} \cdot \frac{150}{5000 - 10 \times 150} \right| \\ &= \left| -\frac{10 \times 50}{50} \cdot \frac{150}{3500} \right| = \frac{1500}{3500} = 0.43 \end{aligned}$$

Oppure (utilizzando la derivata prima):

$$\begin{aligned} E_D &= \left| \frac{dQ(p)}{dp} \cdot \frac{p}{Q(p)} \right| = \left| \frac{d(5000 - 10p)}{dp} \cdot \frac{p}{Q(p)} \right| = \left| -10 \cdot \frac{p}{5000 - 10p} \right| = \\ &= \left| -10 \cdot \frac{150}{5000 - 1500} \right| = \frac{1500}{3500} = 0.43 \end{aligned}$$

Come si verifica facilmente l'elasticità della domanda calcolata secondo questo metodo cambia punto per punto in un certo intervallo. L'elasticità della domanda media nell'intervallo di variazione del prezzo è invece:

$$E_D = \left| \frac{\frac{Q_1 - Q_2}{(Q_1 + Q_2)/2}}{\frac{p_1 - p_2}{(p_1 + p_2)/2}} \right| = \left| \frac{\frac{3500 - 3000}{(3500 + 3000)/2}}{\frac{150 - 200}{(150 + 200)/2}} \right| = \left| \frac{\frac{500}{6500/2}}{\frac{-50}{(350)/2}} \right| = \frac{0.154}{0.286} = 0.538$$

Scriviamo quindi la funzione di domanda inversa:

$$p = 500 - \frac{1}{10}Q^D$$

e rappresentiamola su un grafico come mostrato sotto:

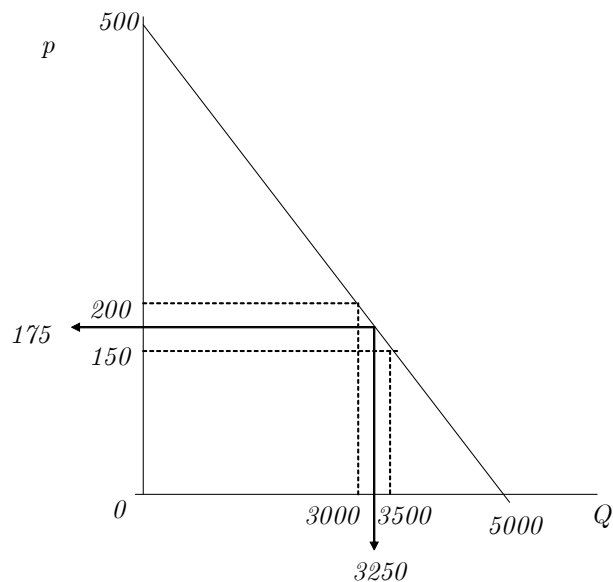


Figura 1

La domanda è inelastica dunque al variare del prezzo corrisponde una variazione meno che proporzionale della quantità. Se viene richiesta l'elasticità media della domanda in un intervallo, la formula (??) è quella corretta perchè ci consente di definire l'elasticità della domanda in quell'intervallo di prezzo senza che il risultato dipenda dal punto esatto che viene considerato all'interno dell'intervallo stesso. Nel caso in cui venga richiesta l'elasticità puntuale deve essere invece usata la (??).

Esercizio 2:

Se la funzione di domanda di un bene è data da:

$$Q(p) = 80 - 4p$$

e il prezzo del bene è $p = 6$. E' conveniente per i produttori aumentare il prezzo?

Soluzione 2:

Per il produttore è conveniente aumentare il prezzo quando la domanda del bene è inelastica, cioè a variazioni del prezzo corrispondono variazioni della domanda meno che proporzionali perchè, in tal caso, la spesa dei consumatori (e i ricavi dei produttori) aumentano. Calcoliamo l'elasticità della domanda (nel punto $p = 6$):

$$E_D = \left| \frac{dQ(p)}{dp} \cdot \frac{p}{Q(p)} \right| = \left| -4 \cdot \frac{p}{80 - 4p} \right| = \left| -4 \cdot \frac{6}{80 - 24} \right| = \left| -\frac{24}{56} \right| = \left| -\frac{3}{7} \right| = 0.428 < 1$$

La domanda nel nostro caso è inelastica. Se ne deduce che ad aumenti del prezzo corrispondono aumenti della spesa totale ($S = Q(p) \times p$), è dunque conveniente per il produttore aumentare il prezzo.

Per dar una rappresentazione grafica della soluzione, scriviamo la funzione di domanda inversa:

$$p = 20 - \frac{1}{4}Q^D$$

La rappresentazione della funzione è mostrata in Figura 2. Si osserva che per il prezzo $p = 6$, la quantità domandata è $Q = 56$ e la spesa totale corrisponde al rettangolo $OABC$ ($= 336$). Se il prezzo viene aumentato (ad esempio) a $p = 10$, la quantità domandata è $Q = 40$ e la spesa totale risulterà corrispondente al rettangolo $ODEF$ ($= 400$) che ha area maggiore di $OABC$.

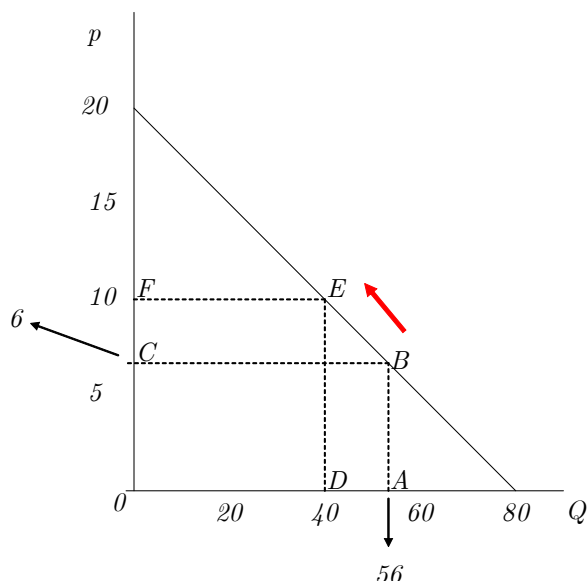


Figura 2

Esercizio 3:

Data la seguente funzione di domanda inversa:

$$p = 12 - 0.3 \times Q$$

stabilire per quali valori di p la domanda è elastica e per quali valori è inelastica.

Soluzione 3:

La funzione di domanda è:

$$Q(p) = \frac{12}{0.3} - \frac{p}{0.3} = 40 - \frac{p}{0.3}$$

da cui si ottiene l'elasticità della domanda:

$$E_D = \left| \frac{dQ(p)}{dp} \cdot \frac{p}{Q(p)} \right| = \left| -\frac{1}{0.3} \times \frac{p}{40 - \frac{p}{0.3}} \right| = \left| -\frac{1}{0.3} \times \frac{p \times 0.3}{12 - p} \right| = \left| -\frac{p}{12 - p} \right|$$

La domanda è elastica quando a variazioni del prezzo corrispondono variazioni della domanda più che proporzionali, cioè quando $E_D > 1$. Viceversa la domanda è inelastica quando a variazioni del prezzo corrispondono variazioni della domanda meno che proporzionali, cioè quando $E_D < 1$.

Abbiamo quindi:

$$\begin{aligned} \frac{p}{12 - p} &> 1 \rightarrow \text{per } p > 6 \rightarrow \text{Domanda elastica} \\ \frac{p}{12 - p} &< 1 \rightarrow \text{per } p < 6 \rightarrow \text{Domanda inelastica} \\ \frac{p}{12 - p} &= 1 \rightarrow \text{per } p = 6 \rightarrow \text{Domanda ad elasticità unitaria} \end{aligned}$$

Nota bene che la condizione $12 - p > 0$ è sempre soddisfatta (in quanto per valori del prezzo superiori a 12 la funzione di domanda individua quantità negative che non vengono considerate).

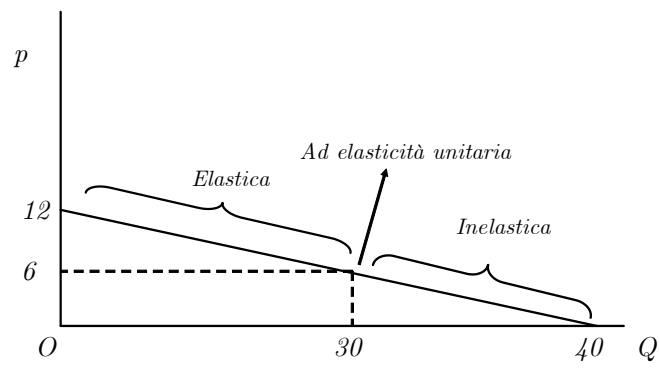


Figura 3