ESERCITAZIONE 6
19/NOV/2014

ESERCIZIO 1

$U_A = x y^{1/2}$ $\qquad$ $U_B = x^{1/2} y^{1/2}$

$(x_A ; y_A) = \left(\frac{1}{3} ; \frac{1}{5}\right)$ $\qquad$ $(x_B ; y_B) = \left(\frac{2}{3} ; \frac{4}{5}\right)$

EQUAZIONE DELLA $\underbrace{\text{CURVA DEI CONTRATTI}}$

⇓

– LUOGO DEI PUNTI CHE INDIVIDUANO LE ALLOCAZIONI PARETO-EFFICIENTI, OVVERO I PUNTI IN CUI NON È POSSIBILE MIGLIORARE LA SITUAZIONE DI UN AGENTE SENZA PEGGIORARE QUELLA DELL'ALTRO (CAP. 31 PAR. 3)

PER DETERMINARE L'EQUAZIONE della CURVA dei CONTRATTI OCCORRE
1) IMPORRE CONDIZIONE DI PARETO-OTTIMALITÀ ($SMS_A = SMS_B$)

2) IMPORRE CONDIZIONE DI REALIZZABILITÀ (AMMONTARE BENI CONSUMATI = DOTAZIONE TOTALE dei BENI)

<u>QUINDI</u>

$$\begin{cases} SMS_A = SMS_B \\ x_A + x_B = x \quad \rightarrow \quad \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1 \\ y_A + y_B = y \quad \rightarrow \quad \frac{1}{5} + \frac{4}{5} = 1 \end{cases}$$

$SMS_A = 2\frac{y_A}{x_A}$ $\qquad$ $SMS_B = \frac{y_B}{x_B}$

METTENDO A SISTEMA

$$\begin{cases} \frac{2y_A}{x_A} = \frac{y_B}{x_B} \\ x_A + x_B = 1 \\ y_A + y_B = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y_B = \frac{2y_A x_B}{x_A} \\ x_A + x_B = 1 \\ y_A + y_B = 1 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} x_A + x_B = 1 \\ 1 - y_A = \frac{2y_A x_B}{x_A} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_A + x_B = 1 \\ x_A - y_A x_A = 2y_A x_B \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} x_B = 1 - x_A \\ x_A - y_A x_A = 2y_A x_B \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_A - y_A x_A = 2y_A(1 - x_A) \end{cases}$$

$$\rightarrow \boxed{y_A = \frac{x_A}{2 - x_A}}$$ EQ. CURVA DEI CONTRATTI

-) LE ALLOCAZIONI DEI BENI SONO EFFICIENTI DAL MOMENTO CHE LA CONDIZIONE DI PARETO È VERIFICATA:

$$SMS_A = \frac{2y_A}{x_A} = \frac{2 \cdot \frac{1}{5}}{\frac{1}{3}} = \frac{2}{5} \cdot 3 = \frac{6}{5}$$

$$SMS_B = \frac{y_B}{x_B} = \frac{\cancel{2}4}{5} \cdot \frac{3}{\cancel{2}} = \frac{6}{5} \longrightarrow \text{UGUALI!}$$

ESERCIZIO 2

$U_A = x_A^{2/3} y_A^{1/3}$ $\qquad$ $U_B = x_B y_B^2$

$X = 6 : x_A = 3 \; ; \; x_B = 3$

$y = 4 : y_A = 2 \; ; \; y_B = 2$

EFFICIENZA NELLO SCAMBIO?

$SMS_A = \frac{2y_A}{x_A}$ $\qquad$ $SMS_B = \frac{1}{2} \frac{y_B}{x_A}$

SOSTITUENDO I VALORI DELL' ALLOCAZIONE INIZIALE

$SMS_A = \frac{2 \cdot 2}{3} = \frac{4}{3}$ $\qquad$ $SMS_B = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

$\frac{4}{3} \neq \frac{1}{3}$ L'ALLOCAZIONE <u>NON</u> È EFFICIENTE!

ESERCIZIO 3

$U_A = x_A y_A$ $\qquad$ $U_B = x_B^{1/2} y_B^{1/2}$

$x_A = 1$ $\qquad$ $x_B = 3$

$y_A = 2$ $\qquad$ $y_B = 1$

(1)

•) EQ. CURVA dei CONTRATTI

COME nel 1° ESERCIZIO CALCOLO L'AMMONTARE DELLE DOTAZIONI INIZIALI OTTENENDO

$X = x_A + x_B = 1 + 3 = 4$

$y = y_A + y_B = 2 + 1 = 3$

EVIDENZIO SUBITO RISPETTO A x_B e y_B

$$x_B = 4 - x_A$$
$$y_B = 3 - y_A$$

•) CALCOLO i SMS

$$SMS_A = \frac{y_A}{x_A}$$

$$SMS_B = \frac{y_B}{x_B}$$

•) METTO A SISTEMA

$$\begin{cases} SMS_A = SMS_B \\ x_B = 4 - x_A \\ y_B = 3 - y_A \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{y_A}{x_A} = \frac{y_B}{x_B} \\ x_B = 4 - x_A \\ y_B = 3 - y_A \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{y_A}{x_A} = \frac{3 - y_A}{4 - x_A} \\ x_B = 4 - x_A \\ y_B = 3 - y_A \end{cases} \rightarrow (4 - x_A) y_A = (3 - y_A) x_A$$

$$\downarrow$$

$$4y_A - \cancel{x_A y_A} = 3x_A - \cancel{x_A y_A}$$

$$\boxed{y_A = \frac{3x_A}{4}}$$

EQ. CURVA dei CONTRATTI

(2)

$P = 3/4$ PREZZO RELATIVO DI EQ. COMPETITIVO?

•) CALCOLO le FUNZIONI DI DOMANDA PER i DUE BENI PER CIASCUNO DEGLI AGENTI PER $P = 3/4$

PERCHE'?

IN QUESTO MODO POSSO CALCOLARE ~~a~~ LE FUNZIONI DI ECCESSO DI DOMANDA PER I DUE BENI (ESSE DOVRANNO RISULTARE UGUALI A ZERO IN CORRISPONDENZA DI EQUILIBRIO)(PAR. 5)

QUINDI

FUNZIONE DI DOMANDA AGENTE A

$$\begin{cases} \text{CONDIZIONE MAX UTILITA' INDIVIDUALE} \\ \text{VINCOLO DI BILANCIO DI A} \end{cases} \to \begin{cases} SMS_A = \dfrac{P_x}{P_y} \\ P_x X_A + P_y Y_A = P_x + 2P_y \end{cases}$$

$$\to \begin{cases} \dfrac{Y_A}{X_A} = \dfrac{3}{4} \\ \dfrac{P_x}{P_y} X_A + Y_A = \dfrac{P_x}{P_y} + 2 \end{cases} \to \begin{cases} Y_A = \dfrac{3}{4} X_A \\ \dfrac{3}{4} X_A + Y_A = \dfrac{3}{4} + 2 \end{cases} \to$$

DIVIDO 1° e 2° MEMBRO PER P_y

$$\to \begin{cases} Y_A = 3/4\ X_A \\ \dfrac{3}{4} X_A + \dfrac{3}{4} X_A = \dfrac{11}{4} \end{cases} \to \begin{cases} Y_A = \dfrac{3}{4} X_A \\ \dfrac{6}{4} X_A = \dfrac{11}{4} \end{cases} \to \begin{cases} Y_A = \dfrac{3}{4} X_A \\ X_A = \dfrac{11}{4} \cdot \dfrac{4}{6} \end{cases}$$

$$\to \begin{cases} Y_A = \dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{11}{6} = \dfrac{11}{8} \\ X_A = \dfrac{11}{6} \end{cases}$$

FUNZIONE DI DOMANDA PER AGENTE B (COME PRIMA)

$$\begin{cases} y_B = \frac{13}{8} \\ x_B = \frac{13}{6} \end{cases}$$

A QUESTO PUNTO VERIFICO CHE PER $P = \frac{3}{4}$ NON CI SIA ECCESSO DI DOMANDA, CIOÈ

$$x_A + x_B = \frac{11}{6} + \frac{13}{6} = 4 = X$$

$$y_A + y_B = \frac{11}{8} + \frac{13}{8} = 3 = y$$

ESERCIZIO 4 (ESTERNALITÀ)

$UG(h) = 5 + 8h - 0.2h^2$ $\qquad UF(h) = 5 - 6h$

h = ORE IN CUI GIORGIA ASCOLTA MUSICA

(1) N° ORE SOCIALMENTE OTTIMALE SI OTTIENE EGUAGLIANDO IL

BENEFICIO MARGINALE CHE GIORGIA TRAE DALL'ASCOLTO DI UN'ORA AGGIUNTIVA DI MUSICA METAL

e

COSTO MARG. CHE FRANCESCA DEVE "SOPPORTARE" PER L'ORA AGGIUNTIVA DI ASCOLTO DA PARTE DI GIORGIA.

QUINDI

BENEFICIO MARG. GIORGIA $= 8 - 0.4h$

COSTO MARGINALE FRANCESCA $= 6$

$8 - 0.4h = 6 \rightarrow h^* = 5$ (# DI ORE SOCIALM. OTTIMALE)

(2)

\# ORE CHE GIORGIA ASCOLTEREBBE IN ASSENZA DI REGOLE...

GIORGIA ASCOLTEREBBE MUSICA SENZA LIMITAZIONI CIOÈ FINO AL PUNTO IN CUI IL BENEFICIO MARGINALE = 0

QUINDI

$$8 - 0.4h = 0 \rightarrow h^{\circ} = 20$$

(CHIARAMENTE $h^{\circ} > h^{*}$)

(3)

CON REGOLE VINCOLANTI PER GIORGIA...

GIORGIA PUÒ OFFRIRE UN PAGAMENTO A FRANCESCA COME COMPENSO AL SUO "COSTO". IN PARTICOLARE, GIORGIA POTREBBE OFFRIRE A FRANCESCA UNA SOMMA TALE DA PERMETTERLE DI ASCOLTARE MUSICA PER IL NUMERO DI ORE SOCIALMENTE OTTIMALE ($h^{*} = 5$).

CALCOLO QUINDI BMG e CMG DI GIORGIA E FRANCESCA IN CORRISPONDENZA DI $h = 0$ (NON ASCOLTO) E $h^{*} = 5$

$UG(0) = 40$ $\quad$ $UG(5) = -5$ $\quad$ $40 - 5 = 35$

$UF(0) = 5$ $\quad$ $UF(5) = -25$ $\quad$ $5 - 25 = 30$

ESSENDO $35 > 30$, L'ACCORDO SI TROVEREBBE SENZA DUBBIO!

ESERCIZIO 5

$P_S = 200$ $\qquad$ $P_F = 20$

x = INQUINAMENTO

$C_S(s,x) = 20s^2 + \frac{1}{4}x^2 - 6x$

$C_F(f,x) = 0.5(f^2 + x^2)$

(1) DET. QUANTITÀ PARETO-EFFICIENTI s^*, x^*, f^*

L'ALLOCAZIONE EFFICIENTE SE MAX LA FUNZIONE OBIETTIVO, CIOÈ IN QUESTO CASO LA SOMMA dei PROFITTI DELLE DUE IMPRESE. ($\Pi = \Pi_s + \Pi_f$) $\quad$ (Π_i = RICAVI$_i$ − COSTI$_i$)

$$\max \Pi = 200s - \left(20s^2 + \frac{1}{4}x^2 - 6x\right) + 20f - 0.5(f^2 + x^2)$$

CALCOLO ALLOCAZIONI EFFICIENTI (CONDIZIONE EFFICIENZA: $\left[\frac{\partial \Pi}{\partial \text{ VARIABILE CONSIDERATA}} = 0\right]$)

$$\frac{\partial \Pi}{\partial s} = 0 \rightarrow 200 - 40s = 0$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x} = 0 \rightarrow -\frac{1}{2}x + 6 - x = 0$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial f} = 0 \rightarrow 20 - f = 0$$

OTTENENDO

$s^* = 5$

$x^* = 4$

$f^* = 20$

IN SOSTANZA IL LIVELLO DI INQUINAMENTO EFFICIENTE x^* È QUELLO PER CUI RISULTA MINIMIZZATO IL COSTO DELLE DUE INDUSTRIE CONSIDERATE NEL LORO INSIEME $\mapsto$

EQUIVALE A DIRE BENEFICIO MG DI S = COSTO MG DI F

$$\frac{\partial C_s}{\partial x} = \frac{\partial C_f}{\partial x}$$

$$-\frac{x}{2} + 6 = x \qquad x^* = 4$$

(2)

ASSENZA CONTRATTAZIONE...

OGNUNO MAX PER PROPRIO CONTO

QUINDI

S

$$\Pi s(s,x) = 200s - \left(20s^2 + \frac{1}{4}x^2 - 6x\right)$$

$$\frac{\partial \Pi s}{\partial s} = 0 \qquad s^\circ = 5$$

$$\frac{\partial \Pi s}{\partial x} = 0 \qquad x^\circ = 12$$

$$\Pi s^\circ = 536$$

F

$$\Pi f(f,x) = 20f - 0.5(f^2 + x^2)$$

$$\frac{\partial \Pi f}{\partial f} = 0 \qquad f^\circ = 20$$

$$\frac{\partial \Pi f}{\partial x} = 0 \qquad x^\circ = 0$$

$$\Pi f^\circ = 128$$

$$\Pi^\circ < \Pi^* \Rightarrow \qquad 664 < 712$$

$\hookrightarrow$ PROFITTO CON $x = x^*$

(NOTA CHE OVVIAMENTE IL LIVELLO DI INQUINAMENTO CHE S SCEGLIEREBBE NON AVENDO REGOLE È $12 > x^* = 4$)

(3)

MERCATO COMPETITIVO

IMPRESA "ITTICA" PAGA IMPRESA "ACCIAIERIA"
AFFINCHÉ X SI RIDUCA A X^*

QUANTO AMMONTA TRASFERIMENTO?

DEVE ESSERE UNA SOMMA TALE DA COMPENSARE
S PER IL GUADAGNO MINORE CON X^*

$\Pi_S^o = 536$ $\qquad \Pi_S^* = 520$

$536 - 520 = 16$ $\qquad$ QUINDI $T > 16$

MA T SARÀ MINORE DELL' AUMENTATO "GUADAGNO"
DI F CON $X = X^*$

$\Pi_f^o = 128$ $\qquad 192 - 128 = 64$

$\Pi_f^* = 192$

QUINDI

IL TRASFERIMENTO SARÀ UNA
SOMMA $\in (16, 64)$

(4)

FUSIONE TRA IMPRESE...

LA FUNZIONE OBIETTIVO DA MAX SAREBBE
LA SOMMA DEI PROFITTI DELLE DUE IMPRESE E
QUINDI SI TORNEREBBE A $X^* = 4$

(5)

MERCATO PER DIRITTO AD INQUINARE...

COME IN OGNI MERCATO DOMANDA E OFFERTA SI DEVONO EGUAGLIARE.

q = PREZZO DELL' INQUINAMENTO

F = OFFERENTE

S = ACQUIRENTE

$$\Pi s = 200s - \left(20s^2 + \frac{1}{4}x^2 - 6x - qx\right)$$

$$\Pi f = 20f + qx - 0.5\left(f^2 + x^2\right)$$

FUNZIONE DI DOMANDA DI X DA PARTE DI S IN FUNZIONE DI q

$$x^D(q) = 12 - 2q$$

FUNZIONE DI OFFERTA DI X DA PARTE DI f IN FUNZIONE DI q

$$x^O(q) = q$$

DOMANDA = OFFERTA (CONDIZIONE PER EQUILIBRIO)

$$12 - 2q = q$$

$q = 4$ AL PREZZO $q = 4$ LA QUANTITA' DI $X = 4 \equiv x^*$

(ALTRO MODO DI PORTARE X AL LIVELLO EFFICIENTE)

TASSA DI PIGOU ...

TASSARE L'ACCIAIERIA DI UN IMPORTO t PER OGNI UNITÀ DI INQUINAMENTO ...

IN QUESTO CASO LA FUNZIONE DI COSTO DI S DIVENTA

$$C_S(s,x) = 20s^2 + \frac{1}{4}x^2 - 6x + \underbrace{tx}_{\text{COSTO AGGIUNTIVO}}$$

E LA SUA FUNZIONE PROFITTO

$$\pi_S(s,x) = 200s - \left(20s^2 + \frac{1}{4}x^2 - 6x + tx\right)$$

$$\frac{\partial \pi_S}{\partial s} = 0 \rightarrow 200 - 40s = 0 \rightarrow s^\circ = 5$$

$$\frac{\partial \pi_S}{\partial x} = 0 \rightarrow -\frac{1}{2}x + 6 + t = 0$$ (RISOLVENDO RISPETTO A X OTTENGO:)

$$x(t) = 12 - 2t$$

A QUANTO DEVE AMMONTARE t?

QUANTO BASTA PER FARE IN MODO CHE $x = x^*$

QUINDI:

$$x^* = 4 = 12 - 2t \rightarrow t = 4$$