

## ESERCITAZIONE 4: Monopolio e concorrenza perfetta

### Esercizio 1: Monopolio (da una prova del 27/1/04)

Un monopolista massimizza il suo profitto producendo la quantità  $Q^*=4$ . La curva di domanda del mercato è  $P=10-Q$ .

- Determinate il costo marginale del monopolista e l'elasticità della domanda rispetto al prezzo in corrispondenza della quantità e del prezzo di monopolio. Calcolate e rappresentate graficamente il profitto del monopolista.
- Ipotizzando che il costo marginale sia costante e pari a quello calcolato nel precedente esercizio, quale è la perdita di benessere sociale causata dal monopolio?

### Soluzione

a) La condizione di massimizzazione dei profitti per un monopolista richiede l'uguaglianza tra ricavo marginale ( $R'$ ) e costo marginale ( $C'$ ). Quindi in corrispondenza del punto di ottimo del monopolista sappiamo che il costo marginale (che vogliamo determinare) deve essere uguale al ricavo marginale. Per trovare il costo marginale nel punto di ottimo è quindi sufficiente determinare il valore del ricavo marginale in tale punto.

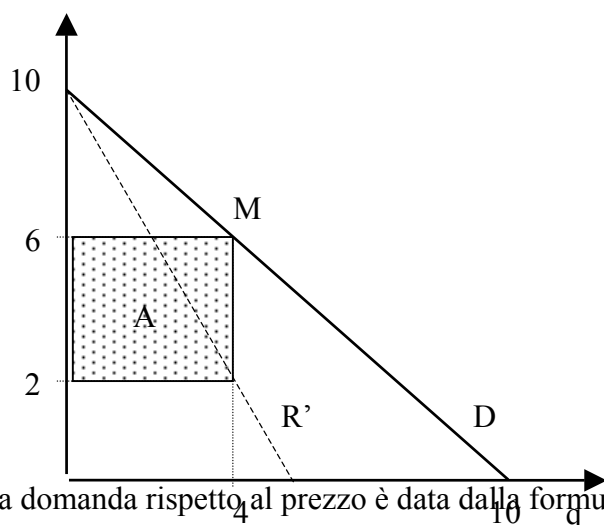
Sappiamo che per le curve di domanda lineari vale la proprietà che il ricavo marginale ha la stessa intercetta verticale della curva di domanda inversa e pendenza doppia. Se la curva di domanda inversa è  $P=10-Q$ , il ricavo marginale corrispondente sarà  $R'=10-2Q$ . Nel punto di ottimo, in cui  $Q^*=4$ , il ricavo marginale è pari a  $R'(4)=10-2\cdot 4=2$ . Quindi nel punto di ottimo il costo marginale è  $C'(4)=R'(4)=2$ .

Il prezzo di mercato corrispondente a una quantità pari a 4 è  $P^*=10-4=6$ .

Il profitto del monopolista nel punto di ottimo è

$$\Pi^* = P^* \cdot Q^* - C' \cdot Q^* = 6 \cdot 4 - 2 \cdot 4 = 16$$

Graficamente il profitto è dato dall'area A nella figura seguente:



L'elasticità della domanda rispetto al prezzo è data dalla formula:

$$\varepsilon_x = \frac{dQ}{dP} \frac{P}{Q}$$

Data la funzione di domanda calcoliamo la derivata della quantità domandata rispetto al prezzo

$$\frac{dQ}{dP} = -1$$

Quindi l'elasticità della domanda nel punto M è

$$\varepsilon_x = -1 \frac{P^*}{Q^*} = -\frac{6}{4} = -1,5$$

b) Il benessere sociale è massimo in corrispondenza dell'equilibrio di concorrenza perfetta, ovvero quando  $P=C'$ . Il monopolio comporta una perdita di benessere sociale rispetto a questa situazione.

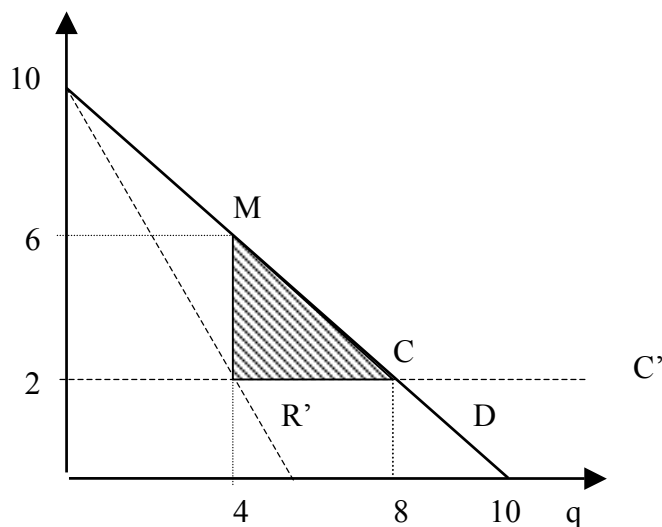
In caso di concorrenza perfetta, ipotizzando che il costo marginale sia costante e pari a 2, avremo quindi:

$$p = C'$$

$$p_C^* = 2$$

E, sostituendo nella curva di domanda,  $Q_C^* = 8$ .

Rappresentiamo graficamente l'equilibrio di monopolio (punto M) e quello di concorrenza perfetta (punto C):



Calcoliamo il surplus del produttore e del consumatore nelle due situazioni e poniamoli a confronto.

#### Concorrenza perfetta

$$\text{Surplus del consumatore} = \frac{(10-2) \cdot 8}{2} = 32$$

Surplus del produttore = 0 (poiché i profitti sono nulli).

### Monopolio

$$\text{Surplus del consumatore} = \frac{(10 - 6) \cdot 4}{2} = 8$$

Surplus del produttore = 16 (v. punto a)).

Quindi il surplus totale è pari a 32 in concorrenza perfetta e a 24 in monopolio: la perdita di benessere è pari a 8 (area triangolo tratteggiato).

### **Esercizio 2: Monopolio e perdita di benessere**

Un monopolista opera in un mercato caratterizzato dalla funzione di domanda  $Q = 10 - 2p$  e la sua funzione di costo totale è  $CT(q) = 30 + q^2$ .

- Determinare l'equilibrio per il monopolista;
- determinare l'equilibrio che si avrebbe se l'impresa operasse in regime di concorrenza perfetta,
- calcolare la perdita di benessere del monopolio.

### Soluzione

a) La condizione per la massimizzazione di profitti del monopolista può essere espressa come  $R' = C'$ . In questo caso il costo marginale è pari a  $C' = 2q$ , mentre il ricavo marginale è una retta che ha la stessa intercetta verticale della curva di domanda inversa e pendenza doppia, ovvero  $R' = 5 - q$ .

Quindi la condizione di massimizzazione dei profitti diventa:

$$2q = 5 - q$$

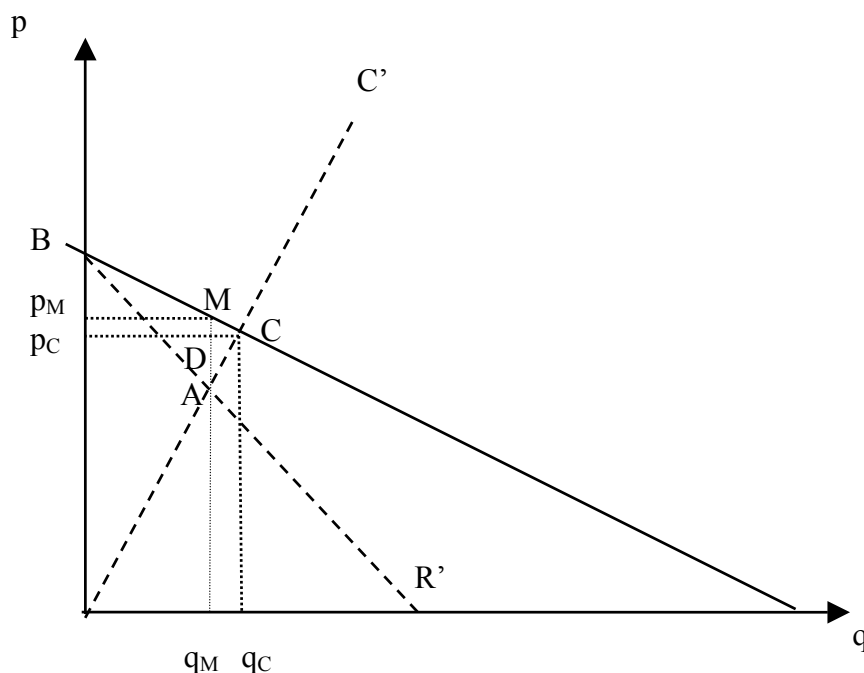
Da cui  $q_M = \frac{5}{3}$  e, dalla funzione di domanda,  $p_M = \frac{25}{6}$ .

b) L'equilibrio di concorrenza perfetta si trova dalla condizione  $p = C'$ , ossia  $p = 2q$ .

Sostituendo per il prezzo tale condizione diviene  $5 - \frac{1}{2}q = 2q \Rightarrow q_C = 2$  e quindi  $p_C = 2q_C = 4$ .

c) La perdita secca di benessere associata al monopolio corrisponde alla differenza tra il benessere sociale nel caso di concorrenza perfetta e il benessere sociale in caso di monopolio.

Rappresentiamo graficamente i due equilibri:



Nel passaggio dal monopolio (punto M) alla concorrenza perfetta (punto C) il surplus del consumatore si modifica nel modo seguente:

- il surplus dei produttori diminuisce dell'area  $p_MMDp_C$  poiché vende la quantità  $q_M$  al prezzo  $p_C$  anziché  $p_M$ . Tuttavia il surplus dei produttori aumenta dell'area  $ADC$  poiché vende l'addizionale quantità  $q_C - q_M$  al prezzo  $p_C > C'$ .
- il surplus dei consumatori aumenta dell'area  $p_MMCp_C$ .

Quindi sommando questi effetti si ottiene che la perdita secca di benessere di monopolio rispetto alla concorrenza perfetta è pari all'area del triangolo  $MAC$ , ovvero

$$\frac{[p_M - C'(q_M)](q_C - q_M)}{2} = \frac{5}{36}$$

### **Esercizio 3: Concorrenza perfetta [da una prova scritta del corso F-O]**

In un mercato perfettamente concorrenziale operano, nel breve periodo, 50 imprese identiche caratterizzate dalla seguente funzione di produzione:

$$q_i = K^{1/2} L^{1/2}$$

con  $\bar{K} = 4$  e il prezzo dei fattori  $K$  e  $L$  dato da  $r = 1$  e  $w = 4$  rispettivamente.

La funzione di domanda di mercato è  $Q^D = 300 - 5p$ .

Determinare:

- a) l'offerta di breve periodo dell'impresa e del mercato;

- b) il prezzo e la quantità di equilibrio del mercato, nonché la quantità prodotta e il profitto realizzato dalla singola impresa nel breve periodo;
- c) il prezzo e la quantità di equilibrio e il numero delle imprese operanti nel mercato nel lungo periodo;
- d) gli effetti dell'introduzione di un'imposta unitaria sulle vendite pari a 2 sull'equilibrio di lungo periodo del mercato.

### Soluzione

a) Per ricavare la funzione di offerta della singola impresa occorre innanzitutto determinare la curva di costo di breve periodo di ciascuna impresa. Per fare ciò, sostituiamo il valore fisso di K nella funzione di produzione:

$$q_i = 2L^{1/2}$$

Quindi la funzione di domanda dell'input lavoro in funzione della quantità prodotta è:

$$L = \frac{q_i^2}{4}$$

Quindi la funzione di costo di breve periodo è:

$$CT_B = w \cdot L = 4 \frac{q_i^2}{4} = q_i^2$$

Si noti che tale funzione non include il costo per il capitale, poiché nel breve periodo tale costo, essendo appunto fisso, non entra nel novero dei costi "economici", ma piuttosto dei costi contabili.

Quindi la funzione di costo marginale di breve periodo è:

$$C'_B = 2q_i$$

La condizione di massimizzazione dei profitti richiede nel breve periodo che  $p = C'_i$ , ovvero:

$$p = 2q_i$$

Quindi la curva di offerta di breve periodo dell'impresa i è:

$$q_i = \frac{1}{2}p$$

Moltiplicando per il numero di imprese presenti sul mercato nel breve periodo, otteniamo la curva di offerta aggregata:

$$Q^S = 25p$$

b) Per trovare l'equilibrio di mercato, uguagliamo domanda e offerta di breve periodo:

$$300 - 5p = 25p$$

Da cui si ottiene  $p^* = 10$  e  $Q^* = 250$ , mentre la quantità prodotta da ciascuna impresa è  $q_i^* = 5$  e i relativi profitti sono  $\pi_i^* = 10 \cdot 5 - 5^2 = 25 > 0$ .

c) Poiché nel breve periodo le imprese presenti sul mercato hanno un profitto positivo, nel lungo periodo nuove imprese decideranno di entrare sul mercato finché i profitti non si annulleranno, ovvero finché il prezzo non sarà uguale al costo medio minimo di lungo periodo (questo perché deve valere anche la

condizione che il prezzo sia uguale al costo marginale, ma  $p = C' = CM$  implica che il prezzo sia uguale al costo medio minimo, poiché il costo marginale interseca la curva di costo medio nel suo punto di minimo). Supponiamo che la funzione di costo di lungo periodo sia uguale a quella di breve periodo, ovvero:

$$CT_L = 4 + q_i^2$$

Quindi la funzione di costo medio è:

$$CM_L = \frac{4}{q} + q$$

Per trovare il punto di minimo di tale curva di costo medio, uguagliamo a zero la derivata prima rispetto a  $q$ :

$$-\frac{4}{q^2} + 1 = 0$$

Da cui si ottiene  $q_L^* = 2$  a cui corrisponde, sostituendo nella funzione di offerta ( $p = 2q$ ),  $p_L^* = 4$ .

Per ricavare il numero delle imprese presenti sul mercato nel lungo periodo, determiniamo la quantità domandata:

$$Q^D = 300 - 5 \cdot 4 = 280$$

In equilibrio deve valere l'uguaglianza tra quantità domandata e quantità offerta, ovvero:

$$280 = n_L^* \cdot q_L^*$$

dove  $n_L^*$  è il numero di imprese che vogliamo determinare. Sostituiamo quindi il valore di  $q_L^*$ :

$$280 = n_L^* \cdot 2$$

da cui si ottiene che  $n_L^* = 140$ .

#### **Esercizio 4: Monopolio con più impianti**

Un monopolista produce utilizzando due impianti e fronteggia una curva di domanda inversa pari a  $p = 50 - 2Q$ , dove  $Q$  è la quantità totale offerta dal monopolista ed è composta dalla somma delle quantità  $q_1$  e  $q_2$  prodotte con i due impianti. I due impianti sono caratterizzati rispettivamente dalle seguenti

funzioni di costo totale:  $CT_1(q_1) = 4 + q_1^2$  e  $CT_2(q_2) = 10 + \frac{q_2^2}{5}$ .

Determinare il livello di produzione ottimale del monopolista per ciascun impianto.

#### **Soluzione**

Il profitto del monopolista può essere espresso come:

$$\Pi(q_1, q_2) = p(Q)Q - CT_1(q_1) - CT_2(q_2)$$

ovvero

$$\Pi(q_1, q_2) = \left[ 50 - 2(q_1 + q_2) \right] (q_1 + q_2) - (4 + q_1^2) - \left( 10 + \frac{q_2^2}{5} \right)$$

Il monopolista sceglierà di produrre le quantità dei due impianti che massimizzano tale funzione di profitto. Le due condizioni del prim'ordine richiedono quindi di uguagliare a zero le derivate prime della funzione di profitto rispettivamente rispetto a  $q_1$  e  $q_2$ :

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = 50 - 4(q_1 + q_2) - 2q_1 = 0$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_2} = 50 - 4(q_1 + q_2) - \frac{2}{5}q_2 = 0$$

Si noti che il sistema delle condizioni di prim'ordine equivale al sistema:

$$\begin{cases} R' = C'_1 \\ R' = C'_2 \end{cases}$$

Dalla prima equazione si ricava  $6q_1 = 50 - 4q_2$ , ovvero  $q_1 = \frac{25}{3} - \frac{2}{3}q_2$ .

Sostituendo nella seconda equazione:

$$50 - 4\left(\frac{25}{3} - \frac{2}{3}q_2 + q_2\right) - \frac{2}{5}q_2 = 0$$

$$\frac{750 - 500 - 20q_2 - 6q_2}{15} = 0$$

Da cui si ottiene  $q_2^* = \frac{250}{26} \approx 9,6$ . Sostituendo nella prima equazione,

$q_1^* = \frac{25}{3} - \frac{2}{3} \frac{250}{26} \approx 1,9$ . Quindi la quantità totale prodotta dal monopolista è pari a  $Q^* = q_1^* + q_2^* \approx 11,5$  e quindi il prezzo di mercato sarà  $p^* = 50 - 2 \cdot 11,5 = 27$ .