

**Soluzioni relative alla esercitazione del 4 marzo 2008****Esercizio 1**

Quale o quali ipotesi impediscono il verificarsi dei seguenti fenomeni?

1. Aldo possiede un paniere composto da 3 arance e 8 mele. Egli afferma che per una arancia in più vuole avere 1 mela affinché il vecchio paniere ed il nuovo (che ottiene quando riceve una arancia in più) siano per lui indifferenti.
2. Maria è indifferente tra un paniere contenente 4 arance e 8 mele e un paniere con 2 arance e 12 mele. E' anche indifferente tra il paniere con 2 arance e 12 mele e un paniere contenente 3 arance e 6 mele.

**Soluzione esercizio 1**Punto 1

Per semplicità indichiamo con A il paniere che contiene 3 arance e 8 mele ( $A = (3,8)$ ). Consideriamo un paniere B tale che sia per Aldo indifferente ad A. Il paniere B, affinché sia indifferente ad A deve contenere una quantità addizionale sia di arance che di mele. Pertanto  $B = (4,9)$ . Poiché B contiene quantità strettamente maggiori di entrambi i beni rispetto al paniere A ed è indifferente ad A allora le preferenze di Aldo non sono saziate.

Punto 2

Indichiamo i panieri con la seguente simbologia:

$$A = (4;8) \quad B = (2;12) \quad C = (3;6)$$

Dal testo abbiamo le seguenti informazioni:

$$A \sim B \text{ e } B \sim C$$

dove il simbolo  $\sim$  indica la relazione di indifferenza.

Se le preferenze di Maria fossero transitive allora per la transitività avremo che:

$$A \sim B \text{ e } B \sim C \rightarrow A \sim C$$

Tuttavia, il paniere C contiene per ciascun bene quantità strettamente inferiori rispetto alla quantità presente nel paniere A. Quindi, se le preferenze di Maria fossero transitive questo non possono essere non saziate.

Se le preferenze di Maria fossero non saziate allora dalla semplice constatazione che il paniere C contiene quantità inferiori di ogni bene rispetto al paniere A si conclude che A è preferito in senso stretto a C (ovvero  $A \succ C$ )

Poiché C è indifferente a B, allora, se le preferenze fossero transitive il paniere A dovrebbe essere preferito in senso stretto al paniere B. Tuttavia, ciò nega l'asserzione che A è indifferente a B.

Conclusione: le preferenze di Maria non possono essere sia transitive che non saziate. Se sono transitive allora non soddisfano la non sazietà. Se sono non saziate allora non soddisfano la transitività.

## Esercizio 2

Secondo voi tale affermazione "Per l'ipotesi di non sazietà, i consumatori preferiscono sempre panieri che contengono una quantità totale di beni maggiore" è corretta? Giustificate la vostra risposta.

## Soluzione esercizio 2

L'affermazione è sbagliata perché per l'ipotesi di non sazietà, dato un qualsiasi paniere, i consumatori preferiscono sempre panieri che contengono una quantità per ciascun bene non inferiore e per almeno un bene strettamente superiore al paniere dato.

## Esercizio 3

Considerate i seguenti panieri per due beni: pane(x) e latte(y)

$$a = (1,6) \quad b = (4,4) \quad c = (5,2) \quad d = (7,1)$$

Le preferenze di Gianni e Michele soddisfano i seguenti ordinamenti:

per Gianni:  $aP_G b, bP_G c, cI_G d$   
per Michele  $dP_M a, aP_M c, cI_M b$

dove  $P_G$  ed  $I_G$  rappresentano rispettivamente la relazione di preferenza stretta e la relazione di indifferenza Gianni (analogamente  $P_M$  ed  $I_M$ ).

- 1) Possiamo dire che Gianni preferisce il paniere  $a$  più intensamente di Michele? Giustificate la vostra risposta
- 2) Tracciate le possibili curve di indifferenza per i due ordinamenti

## Soluzione esercizio 3 (soluzione solo per il punto (1))

### Punto 1

Le informazioni disponibili per ciascun individuo non consentono di dire se Gianni preferisce il paniere "a" più intensamente di Michele. Infatti, si possiedono informazioni solo sull'ordinamento delle preferenze e tali informazioni consentono di stabilire un ordine individuali tra i panieri dati e, quindi, non permettono di eseguire confronti interpersonali. In particolare, l'ordinamento delle preferenze consente di individuare per ciascun soggetto

una possibile funzione di utilità ordinale, e, tale funzione non è unica, ma, una qualsiasi sua trasformazione crescente rappresenta altrettanto bene ordinamento di preferenze individuale dato.

#### Esercizio 4

Maria compra solo latte e uova. Il suo reddito è pari a 120. Il prezzo del latte al litro è pari a 2 euro mentre il prezzo di una dozzina di uova è pari a 3 euro.

1. Tracciate il vincolo di bilancio di Maria.
2. Supponete che il prezzo del latte al litro da 2 euro scende ad un euro. Tracciate il nuovo vincolo di bilancio.
3. Supponete che il reddito di Maria aumenta e sia pari a 180 euro. Tracciate il nuovo vincolo di bilancio.
4. Supponete che il reddito di Maria sia ora di 240, il prezzo del latte al litro pari a 4 euro e il prezzo di una dozzina di uova pari a 6 euro. Tracciate il nuovo vincolo di bilancio.

#### Soluzione esercizio 4

##### Punto 1

Indichiamo con  $R$  il reddito, con  $x$  la quantità di latte (in litri), con  $y$  la quantità di uova (in dozzina), con  $p_x$  il prezzo di un litro di latte, con  $p_y$  il prezzo di una dozzina di uova e con  $(x,y)$  il paniere che contiene  $x$  litri di latte e  $y$  dozzine di uova.

Dati i prezzi di mercato, se Maria acquista  $x$  litri di latte e  $y$  dozzine di uova, la sua spesa,  $S(x,y)$ , è pari a:

$$S(x,y) = 2x + 3y$$

Maria con un reddito pari a 120 può acquistare solo panieri in corrispondenza dei quali la spesa che sostiene non è superiore al suo reddito (120). L'insieme dei panieri economicamente accessibili corrisponde all'insieme dei panieri che Maria può acquistare. Analiticamente tale insieme è così rappresentato:

$$(1) \{(x,y) | 2x + 3y \leq 120, x \geq 0, y \geq 0\}$$

Per rappresentare graficamente l'insieme (1), consideriamo in un primo momento solo i panieri in corrispondenza dei quali la spesa sostenuta è pari al reddito, ovvero:

$$(2) 2x + 3y = 120$$

La relazione (2) la posso anche riscrivere in questi termini:

$$(3) 3y = 120 - 2x \rightarrow y = \frac{120}{3} - \frac{2}{3}x \rightarrow y = 40 - \frac{2}{3}x$$

La relazione (3) rappresenta nello spazio cartesiano (x;y) una retta, ovvero una relazione lineare tra la variabile x e la variabile y ed è denominata linea di bilancio.

Per rappresentarè il grafico di una retta è sufficiente individuare 2 punti dello spazio cartesiano che soddisfano la relazione.

Applicando la regola presenta nella (3), si ottiene:

$$\text{se } x=0 \rightarrow y=40$$

$$\text{se } y=0 \rightarrow x=60$$

Quindi se Maria, dati i prezzi di mercato e il suo reddito, vuole acquistare solo latte ne può acquistare 60 litri. Diversamente se vuole acquistare solo uova può acquistare 40 dozzine di uova.

La figura (1) rappresenta il grafico della retta di bilancio:

Tutti i panieri che stanno sulla linea di bilancio sono i panieri in corrispondenza dei quali la spesa è pari al reddito, mentre tutti i panieri che giacciono al di sotto sono i panieri in corrispondenza dei quali la spesa è inferiore al reddito. Pertanto l'insieme dei panieri economicamente accessibile è costituito dai panieri che appartengono alla retta di bilancio o stanno al di sotto, e, graficamente è rappresentata dall'area evidenziata.

In generale, dato un reddito pari a R e dati i prezzi  $p_x$  e  $p_y$ , l'equazione della retta di bilancio è la seguente:

$$(4) \quad y = \frac{R}{p_y} - \frac{p_x}{p_y} x$$

Dall'equazione generale della retta di bilancio possiamo trarre le seguenti conclusioni:

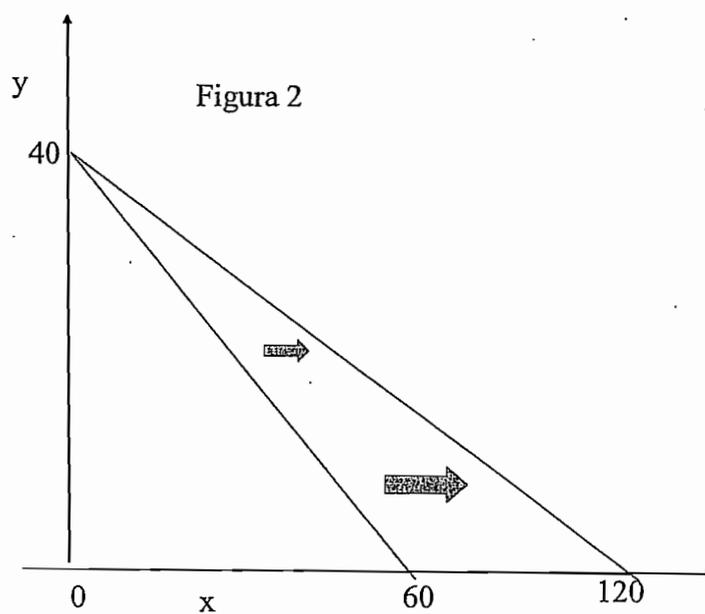
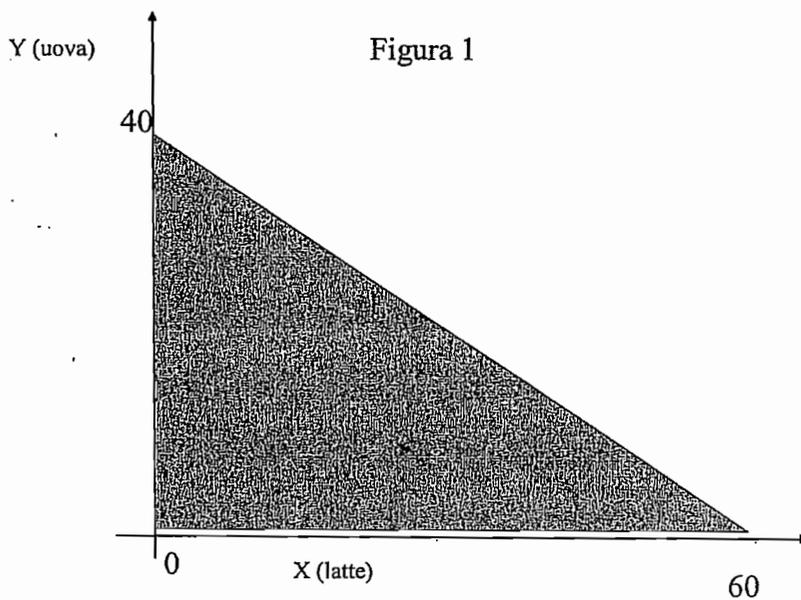
- $\frac{R}{p_y}$  → è la quantità massima che il consumatore può acquistare del bene y dato il reddito e il prezzo dei due beni;
- $\frac{R}{p_x}$  → è la quantità massima che il consumatore può acquistare del bene x dato il reddito e il prezzo dei due beni;
- $\frac{p_x}{p_y}$  → è la pendenza in valore assoluto della retta di bilancio e economicamente mi dice la quantità del bene y a cui il consumatore deve rinunciare se, dati i prezzi di mercato dei due beni, desidera acquistare una unità in più del bene x sul mercato. Pertanto per il consumatore il rapporto tra il prezzo del bene x e il prezzo del bene y rappresenta il costo marginale in termini del bene y per acquistare una unità in più del bene x.

## Punto 2

Se il prezzo di un litro di latte diminuisce a un euro e gli altri dati non variano, allora avremo che:

- La quantità massima di latte che il consumatore può acquistare aumenta da 60 a 120; (varia  $\frac{R}{P_x}$ )
- la quantità di uova a cui il consumatore deve rinunciare se desidera acquistare sul mercato una litro in più di latte diminuisce da  $\frac{2}{3}$  a  $\frac{1}{3}$ ; (varia  $\frac{P_x}{P_y}$ )

Pertanto la retta di bilancio si modifica (figura 2) e l'insieme dei beni economicamente accessibile è più ampio dell'insieme precedente.



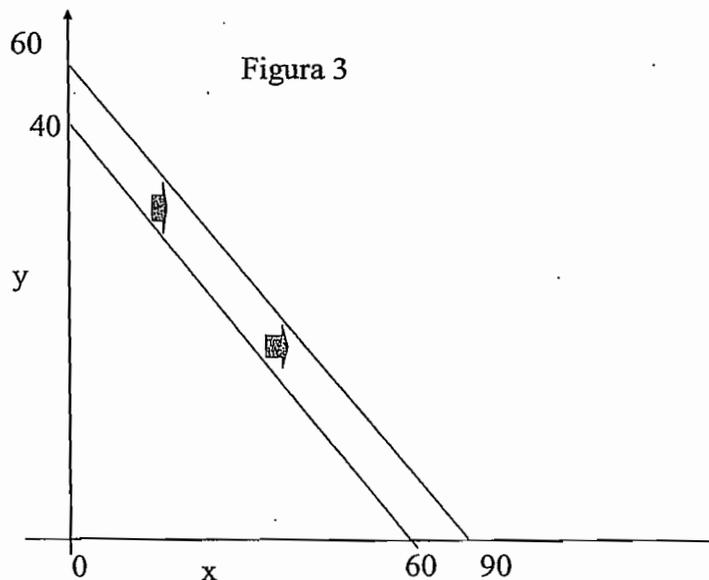
Punto 3

L'aumento del reddito determina due cambiamenti:

- la quantità massima di latte che Maria può acquistare aumenta a 90 (varia  $\frac{R}{P_x}$ );
- la quantità massima di uova che Maria può acquistare aumenta a 60 (varia  $\frac{R}{P_y}$ );

Si osserva che il rapporto dei prezzi non subisce alcuna variazione. Pertanto la pendenza della retta di bilancio non cambia.

Il nuovo insieme dei panieri economicamente accessibile è più ampio dell'insieme del punto (1) ed è rappresentato dalla figura 3:



Punto 4

In questo caso cambiano sia il reddito che i prezzi dei due beni. Al fine di individuare come cambia l'insieme dei panieri economicamente accessibile riscriviamo i dati iniziali del problema e i parametri che individuano la linea di bilancio.

$$(5) \begin{cases} R = 120; \\ p_x = 2; \\ p_y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{R}{p_y} = \frac{120}{3} = 40; \\ \frac{R}{p_x} = \frac{120}{2} = 60; \\ \frac{p_x}{p_y} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

In corrispondenza dei nuovi dati, i parametri della linea di bilancio sono i seguenti:

$$(6) \begin{cases} R = 240; \\ p_x = 4; \\ p_y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{R}{p_y} = \frac{240}{6} = 40; \\ \frac{R}{p_x} = \frac{240}{4} = 60; \\ \frac{p_x}{p_y} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Dal confronto tra (5) e (6) si osserva che nessun parametro della linea di bilancio, in conseguenza della variazione simultanea del reddito e dei prezzi, è cambiato. Pertanto, l'insieme dei panieri economicamente accessibile non cambia rispetto al punto 1. Ciò perché sia i prezzi che il reddito nominali sono raddoppiati e quindi il potere di acquisto del consumatore in termini del bene x e del bene y non è cambiato.

### Esercizio 5

Antonio, le cui preferenze sono complete, transitive e continue deve scegliere quale paniere consumare tra i seguenti: A = (0,12), B = (6,0), C = (3,6) e D = (2,5). Siano  $p_x=2$  e  $p_y=1$  i prezzi dei due beni e sia  $R=12$  il reddito a disposizione. Le preferenze di Antonio sono non saziate e strettamente convesse. Sapendo che il paniere A è indifferente al paniere B quali panieri non saranno mai scelti da Antonio se vuole massimizzare la sua utilità?

### Soluzione esercizio 5

Dati i prezzi dei due beni e il reddito di Antonio, la retta di bilancio è la seguente:

$$y = 12 - 2x$$

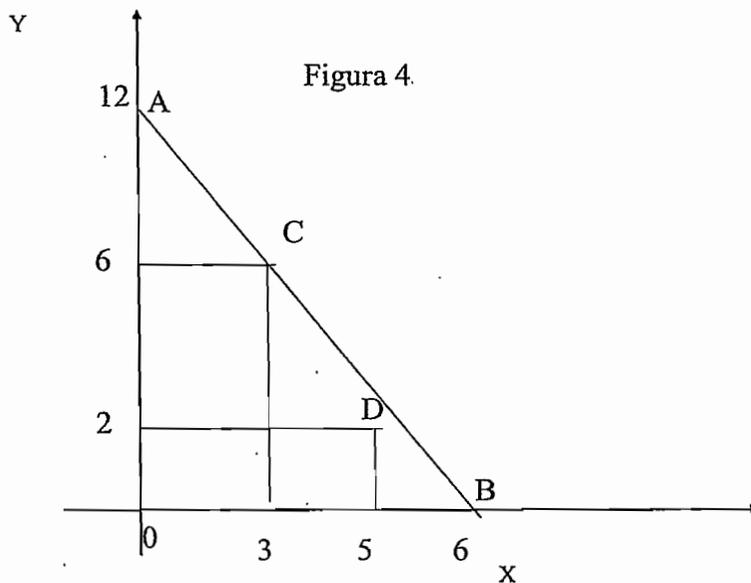
Si osserva che i panieri A, B e C giacciono sulla retta di bilancio, mentre il paniere D giace al suo interno (Figura 4).

Le preferenze di Antonio sono non saziate. Pertanto, poiché il paniere D contiene per ciascun bene quantità inferiore a quelle contenute nel paniere C, allora il paniere C è preferito in senso stretto al paniere D.

Dal grafico è evidente che il paniere C giace sul segmento che unisce i panieri A e B (tale segmento coincide con la linea di bilancio). Pertanto il paniere C è un paniere risultante dalla combinazione convessa tra il paniere A e il paniere B (in particolare i pesi sono entrambi pari a 0.5).

Antonio ha preferenze sui beni x e y strettamente convesse, ciò significa che dati due panieri tra loro indifferenti Antonio preferisce in senso stretto ai due panieri dati il paniere risultante dalla loro combinazione convessa. Poiché per Antonio A è indifferente a B e C è un paniere che risulta dalla combinazione lineare convessa di A e di B, allora il paniere C è preferito da Antonio al paniere A e al paniere B.

Quindi, Antonio non sceglierà mai i panieri A, B e D.



### Esercizio 6

Siano  $p_x=2$  e  $p_y=3$  i prezzi di due beni. Sia  $A = (x_A, y_A)$  un paniere appartenente alla retta di bilancio e tale che il saggio marginale di sostituzione (MRS) è pari ad  $1/2$ . Supponete che le preferenze siano monotone e strettamente convesse e che il paniere contenga quantità positive di entrambi i beni.

1. Siete in grado di dire se  $A=(x_A, y_A)$  è una scelta ottima ?
2. Sia  $H = (x_H, y_H)$  il paniere ottimo con quantità positive di entrambi i beni. Siete in grado di dire se la quantità del bene  $y$  consumata nel paniere ottimo è maggiore, uguale o minore di  $y_A$ ? Come giustificate la risposta

### Soluzione esercizio 6

#### Punto 1

In corrispondenza del paniere A il saggio marginale di sostituzione tra il bene  $x$  e il bene  $y$  è pari ad  $0.5$ . Ciò significa che il consumatore è disposto a rinunciare al massimo a mezza unità (piccola) del bene  $y$  in cambio di una unità (piccola) aggiuntiva del bene  $x$ , affinché il nuovo paniere sia indifferente al paniere A. Pertanto, per il consumatore, in corrispondenza del paniere A, il beneficio marginale dell'ultima unità del bene  $x$  in termini del bene  $y$  è pari a  $0,5$ .

Sul mercato il rapporto di scambio tra i due beni è pari a due terzi, infatti:

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{2}{3}$$

Ovvero, se il consumatore desidera acquistare una unità (piccola) in più del bene x deve cedere due terzi di unità (piccola) del bene y. Ciò significa che il costo marginale del bene x in termini del bene y è pari a due terzi.

Pertanto in corrispondenza del paniere A il rapporto di scambio individuale tra i due beni è diverso dal rapporto di scambio di mercato.

Inoltre, per il consumatore in corrispondenza del paniere A il beneficio marginale individuale del bene x è minore del costo marginale, ovvero, la valutazione personale al margine del consumatore del bene x rispetto al bene y è inferiore della valutazione data dal mercato. Quindi, il consumatore può conseguire, in corrispondenza di un altro paniere appartenente alla retta di bilancio, un benessere maggiore di quello ottenuto in corrispondenza del paniere A.

## Punto 2

In corrispondenza della soluzione ottima H, la valutazione personale del consumatore del bene y rispetto al bene x deve coincidere con la valutazione del mercato, ovvero il beneficio marginale individuale dell'ultima unità del bene x deve essere pari al costo marginale. Poiché in A il beneficio marginale individuale del bene x è minore del costo marginale, allora nel passaggio dal paniere A al paniere H il beneficio marginale individuale del bene x deve aumentare e ciò è possibile solo se la quantità del bene x nel paniere H è minore della quantità contenuta nel paniere A. Ovvero, il paniere H deve contenere una quantità maggiore del bene y rispetto alla quantità presente nel paniere A. Quindi, in corrispondenza del paniere ottimo, il consumatore consumerà una quantità del bene y maggiore di quella presente nel paniere A.

In generale, se le preferenze del consumatore sono strettamente convesse e A è un generico paniere sulla linea di bilancio con quantità strettamente positive di entrambi i beni, è sempre vero che:

- se  $SMS(A) > \frac{P_x}{P_y} \rightarrow$  il consumatore, in corrispondenza del paniere A, ha una valutazione al margine del bene x rispetto al bene y maggiore di quella del mercato. Ovvero il beneficio marginale personale del consumatore dell'ultima unità del bene x (in termini del bene y) è maggiore del suo costo marginale (in termini del bene y). Pertanto, il consumatore aumentando la quantità di x e riducendo la quantità di y può raggiungere un livello di soddisfazione maggiore;
- se  $SMS(A) < \frac{P_x}{P_y} \rightarrow$  il consumatore in corrispondenza del paniere A ha una valutazione al margine del bene x rispetto al bene y minore di quella del mercato. Ovvero il beneficio marginale personale del consumatore dell'ultima unità del bene x (in termini del bene y) è minore del suo costo marginale (in termini del bene y). Pertanto, il consumatore aumentando la quantità di y e riducendo la quantità di x può raggiungere un livello di soddisfazione maggiore;
- se  $SMS(A) = \frac{P_x}{P_y} \rightarrow$  Il beneficio marginale personale del consumatore dell'ultima unità del bene x (in termini del bene y) è pari al suo costo marginale (in termini del bene y) e, quindi, il consumatore non può aumentare ulteriormente la propria soddisfazione modificando il paniere. Pertanto A corrisponde al paniere ottimo.

**Soluzioni relative alla esercitazione del 11 marzo 2008****Esercizio 1**

Giovanni spende tutto il suo reddito nell'acquisto dei beni x e y. L'anno passato i prezzi dei due beni sono stati  $p_x = 10$  e  $p_y = 30$ . Giovanni ha acquistato rispettivamente 18 unità del bene x e 15 unità del bene y. Quest'anno il prezzo del bene y è pari a 20, il prezzo del bene x è invariato e il reddito di Giovanni è pari a 480. Se i gusti del nostro consumatore non sono cambiati, in quale anno potrebbe stare meglio?

**Soluzione esercizio 1**

Dall'informazioni disponibili è possibile calcolare il reddito di Giovanni dell'anno scorso. Indichiamo con  $A=(18,15)$  il paniere acquistato l'anno precedente e pertanto il suo reddito era pari a:

$$R=18 \cdot 10 + 15 \cdot 30 = 630$$

Dati i prezzi e il reddito è possibile individuare (analiticamente e geometricamente) la linea di bilancio di Giovanni dell'anno scorso.

$$\text{linea di bilancio} \rightarrow y = 21 - \frac{1}{3}x$$

Quindi, l'anno scorso se Giovanni desiderava acquistare una unità in più del bene x doveva rinunciare ad  $1/3$  di unità del bene y.

Si osserva che in corrispondenza di  $p_x=10$ ,  $p_y=30$  e di un reddito pari a 630 Giovanni ha acquistato il paniere A. Ciò significa che per Giovanni, nell'insieme dei panieri economicamente accessibili, il paniere A si è rivelato l'anno scorso preferito in senso debole per Giovanni (figura 5). Pertanto, nell'insieme dei panieri economicamente accessibili, non esiste alcun paniere preferito in senso stretto da Giovanni al paniere A.

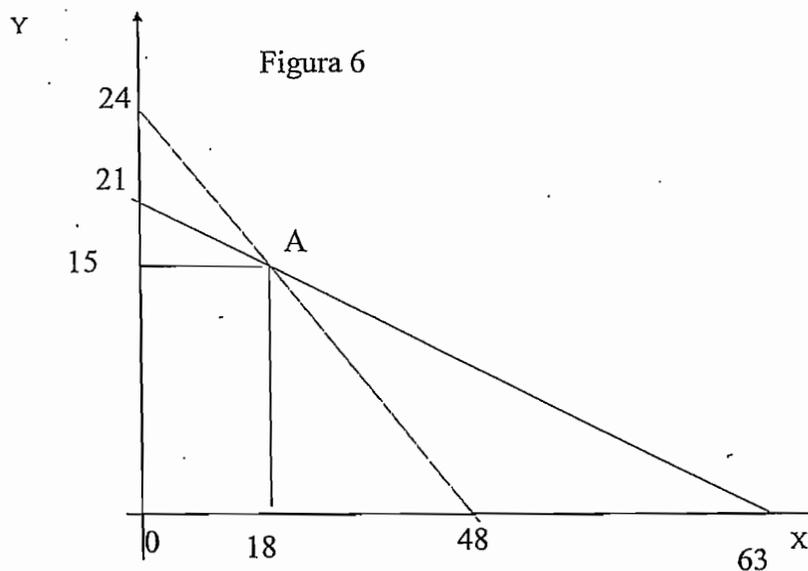
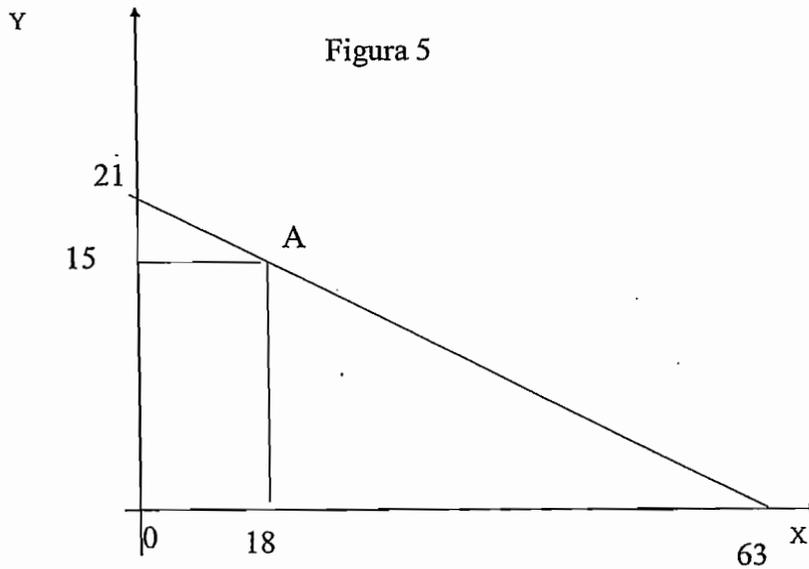
Quest'anno è cambiato sia il reddito di Giovanni che il prezzo del bene y. Il nuova linea di bilancio è la seguente:

$$y = 24 - \frac{1}{2}x$$

Si osserva che nell'anno in corso se Giovanni desidera acquistare una unità in più del bene x deve rinunciare a metà unità del bene y. Quindi, il costo marginale, in termini del bene y, di una unità addizionale del bene x, rispetto all'anno precedente, è aumentato.

Data l'attuale linea di bilancio è possibile verificare se Giovanni può ancora acquistare, qualora lo desideri, il paniere acquistato l'anno precedente. E' immediato constatare che il paniere A non solo è ancora accessibile ma giace sulla retta di bilancio, infatti.

$$\text{se } x=18 \rightarrow y=24 - \frac{1}{2} \cdot 18 = 15$$



Questo implica che i due vincoli di bilancio (quello dell'anno in corso e quello dell'anno precedente) si intersecano in corrispondenza del paniere A (figura 6).

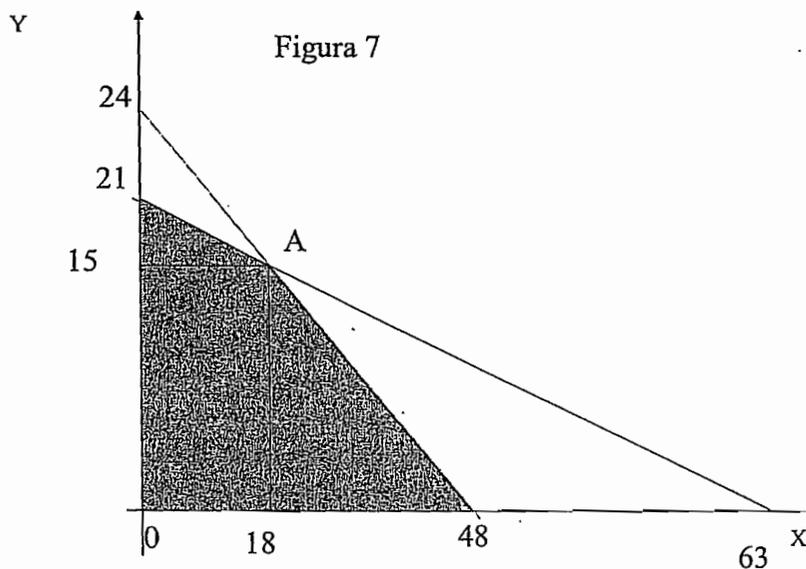
Poiché l'anno scorso Giovanni ha scelto il paniere A, allora tutti i panieri economicamente accessibili nell'anno precedente e che sono attualmente accessibili (area evidenziata della figura 7.) sono panieri ritenuti da Giovanni non migliori rispetto al paniere A. Inoltre, poiché Giovanni spende tutto il suo reddito nell'acquisto dei beni x e y il nuovo paniere dovrà giacere sul nuovo vincolo di bilancio. Tuttavia, i panieri che giacciono sulla

nuova retta di bilancio e sono a sinistra del paniere A (ovvero contengono una minore quantità di y e una maggiore quantità di x) contengono per ciascun bene quantità strettamente inferiori a panieri che erano accessibili l'anno scorso ma che non sono stati scelti. Di conseguenza tali panieri sono ritenuti peggiori rispetto al paniere A.

Pertanto, se Giovanni acquista quest'anno un paniere diverso dal paniere A, tale paniere, essendo A ancora accessibile a Giovanni, non può essere ritenuto peggiore del paniere A e, per le precedenti considerazioni, dovrà contenere una quantità del bene y maggiore e una quantità del bene x minore rispetto a quelle contenute nel paniere A

Quindi quest'anno Giovanni, rispetto all'anno precedente, può stare meglio o ugualmente bene ma certamente non meno bene.

Inoltre, in corrispondenza della diminuzione del prezzo del bene y la quantità di bene y che acquisterà Giovanni non può essere inferiore alla quantità acquistata l'anno precedente.



## Esercizio 2

Considerate un consumatore le cui preferenze sui beni x e y (strettamente convesse) sono descritte dalla seguente funzione di utilità:

$$U = x^2 y$$

con il seguente saggio marginale di sostituzione (SMS)

$$SMS(x, y) = \frac{2y}{x}$$

- 1) Se il prezzo del bene x è di 2 euro e quello del bene y è di 1 euro, e il consumatore dispone di 60 euro, quale sarà il paniere che acquisterà il consumatore?
- 2) Se a parità di reddito i prezzi dei due beni sono rispettivamente  $p_x = 2$  e  $p_y = 2$  quale sarà il paniere scelto dal consumatore?

**Soluzione esercizio 2**Punto 1

Dai dati del problema possiamo ottenere la retta di bilancio. La linea di bilancio è la seguente:

$$y = 60 - 2x$$

Poiché le preferenze sono non saziate allora in corrispondenza del paniere ottimo il consumatore spenderà tutto il reddito a disposizione. Quindi il paniere ottimo deve appartenere alla linea di bilancio.

Inoltre, in corrispondenza del paniere ottimo,  $(x,y)$ , il beneficio marginale personale del consumatore dell'ultima unità del bene  $x$  (saggio marginale di sostituzione) deve essere uguale al costo marginale dell'unità del bene  $x$  (rapporto tra i due prezzi)

La soluzione al problema di scelta del consumatore è individuata risolvendo il seguente sistema:

$$\begin{cases} SMS(x,y) = \frac{2y}{x} = 2 \\ y = 60 - 2x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = x \\ y = 60 - 2x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = x \\ x = 60 - 2x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = x \\ x = 20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 20 \\ x = 20 \end{cases}$$

Punto 3

Rispetto al punto precedente il prezzo del bene  $y$  è aumentato e il rapporto tra i due prezzi è, ora, pari a 1. Ciò determina uno spostamento della linea di bilancio e una variazione del rapporto di scambio di mercato tra i due beni. Per individuare il nuovo paniere ottimo è necessario risolvere un sistema diverso da quello precedente sia per il nuovo vincolo di bilancio sia per il nuovo rapporto di scambio. Quindi, la soluzione è ottenuta risolvendo il seguente sistema:

$$\begin{cases} SMS(x,y) = \frac{2y}{x} = 1 \\ y = 30 - x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2y = x \\ y = 30 - x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2y = x \\ y = 30 - 2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2y = x \\ y = 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 10 \end{cases}$$

**Esercizio 3**

Marco ha la possibilità di scegliere quanto tempo dedicare al lavoro e quanto tempo dedicare ai propri hobby nella singola giornata. La sua unica fonte di reddito è il proprio lavoro. Il salario nominale orario è pari a 15 euro e il prezzo di una unità dell'unico bene di consumo è pari a 4 euro.

- 1) Tracciate il vincolo di bilancio di Marco e rappresentate il suo problema di scelta ottima sotto l'ipotesi che le sue preferenze siano ben fatte e strettamente convesse;
- 2) Lo Stato decide di garantire ai cittadini un reddito minimo giornaliero di 24 euro. Tracciate il nuovo vincolo di bilancio di Marco e spiegate in che modo tale politica possa modificare la scelta ottima di Marco.

**Soluzione esercizio 3**Punto (1)

In generale quando si è in presenza di un problema di scelta tra quanto acquistare di un dato bene e quanto tempo dedicare al lavoro, la linea di bilancio è la seguente:

$$(1) px = wt_w$$

dove  $p$  è il prezzo del bene,  $w$  è il salario nominale orario e  $t_w$  sono le ore dedicate al lavoro.

Il tempo dedicato al lavoro corrisponde alla differenza tra la quantità complessiva del tempo disponibile (24) e la quantità di tempo dedicato al tempo libero ( $t_L$ ). Pertanto la (1) può essere riscritta in questo modo:

$$px = 24w - wt_L$$

ovvero:

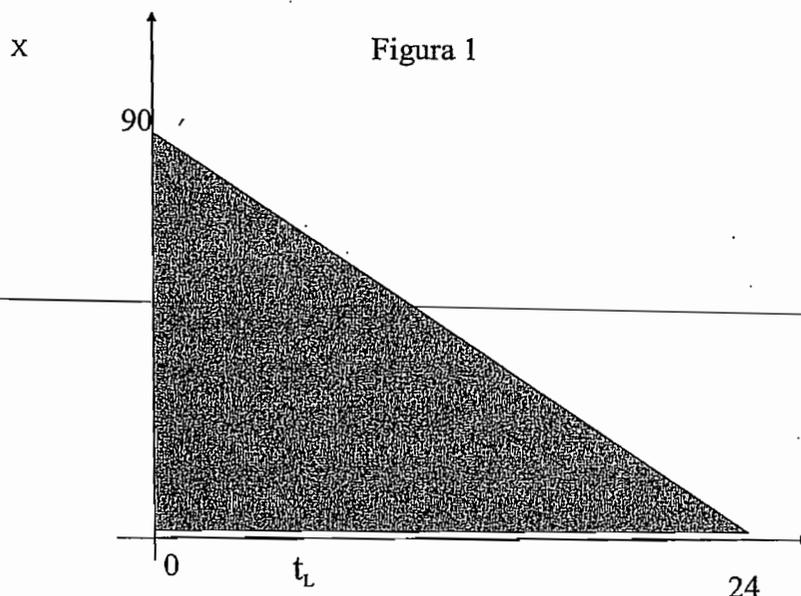
$$px + wt_L = 24w$$

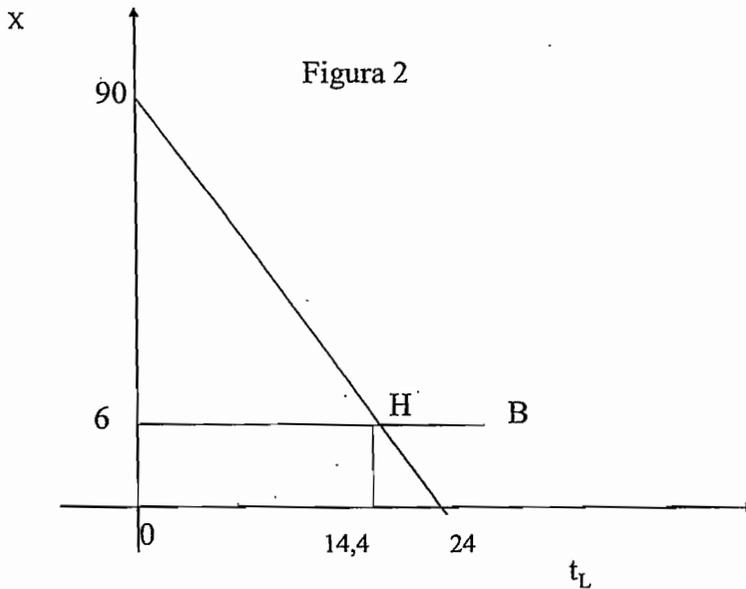
Quindi, dati gli elementi del problema, il vincolo di bilancio di Marco è il seguente:

$$(3) 4x + 15t_L = 360$$

Nello spazio cartesiano  $(t_L, x)$  la (3) rappresenta l'equazione di una retta e la sua forma esplicita è la seguente:  $x = 90 - \frac{15}{4}t_L$

L'insieme dei panieri  $(t_L, x)$  economicamente accessibili è rappresentata dall'area evidenziata nella figura (1). La pendenza del vincolo di bilancio, pari al rapporto tra il salario nominale e il prezzo del bene, indica la quantità del bene  $x$  a cui il consumatore deve rinunciare se desidera consumare una ora in più di tempo libero. Il rapporto tra salario nominale e prezzo del bene è denominato salario reale.





Sia il bene  $x$  che il tempo libero ( $t_L$ ) costituiscono beni a cui il consumatore attribuisce una utilità. Pertanto, un qualunque soggetto economico avrà un ordinamento di preferenze su panieri che contengono una data quantità del bene  $x$  e una data quantità di tempo libero  $t_L$ . Se le preferenze sono razionali, non saziate e strettamente convesse allora tale ordinamento è rappresentato da una mappa di curve di indifferenza strettamente convesse. Pertanto la scelta ottima di Marco corrisponde al paniere sulla linea di bilancio in corrispondenza del quale vi è tangenza tra la curva di indifferenza e la linea di bilancio. Ciò significa che in corrispondenza della scelta ottima il salario reale è pari al saggio marginale di sostituzione tra tempo libero e bene di consumo.

#### Punto (b)

L'introduzione del reddito minimo garantito modifica il vincolo di bilancio di Marco. Infatti, ogni volta che il suo reddito giornaliero risulta inferiore di 24 euro riceve dallo Stato un trasferimento tale da garantirgli un reddito minimo di 24 euro. Dato il prezzo del bene con 24 euro Marco può acquistare sei unità del bene  $x$ .

Pertanto il vincolo di bilancio di Marco è il seguente:

$$\begin{cases} x = 90 - \frac{15}{4}t_L & \text{se } t_L \leq 14,4 \\ x = 6 & \text{se } t_L \geq 14,4 \end{cases}$$

La figura (2) illustra il nuovo vincolo di bilancio.

La variazione del vincolo di bilancio può indurre Marco a modificare la propria scelta. Ciò può succedere solo se l'ordinamento delle preferenze di Marco è tale che la curva di indifferenza relativa alla scelta ottima del punto precedente interseca la linea orizzontale del nuovo vincolo di bilancio (segmento HB). Se Marco modifica la propria scelta egli deciderà di non lavorare e, quindi, di consumare 24 ore di tempo libero e 6 unità del bene  $x$ .

#### **Esercizio 4**

La domanda di energia elettrica di Antonio è una funzione lineare, ovvero:

$$q_d = 80 - 40 \cdot p$$

Il prezzo dell'energia elettrica al Kwh è di 0,50 euro. A causa dell'aumento del prezzo del petrolio a barile, il prezzo dell'energia elettrica al Kwh aumenta di 50 centesimi.

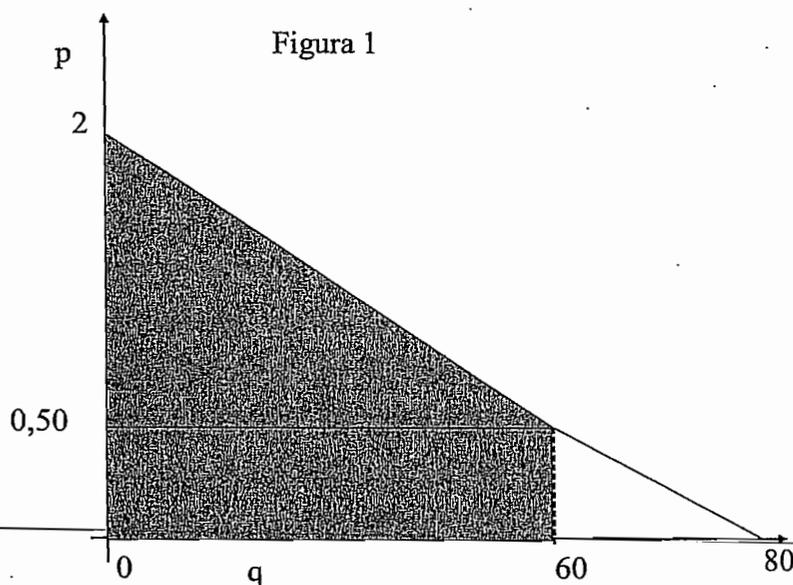
- 1) Evidenziate graficamente il surplus di Antonio quando il prezzo dell'energia elettrica al Kwh è di 0,50 euro.
- 2) Evidenziate graficamente il surplus di Antonio in corrispondenza del nuovo prezzo.
- 3) Evidenziate graficamente la variazione del surplus e spiegate le cause.

#### Soluzione esercizio 4

##### Punto 1

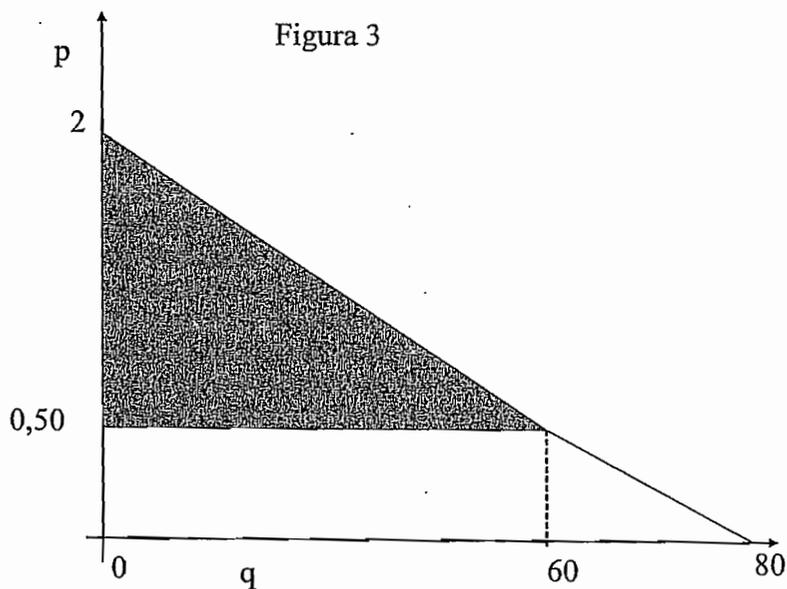
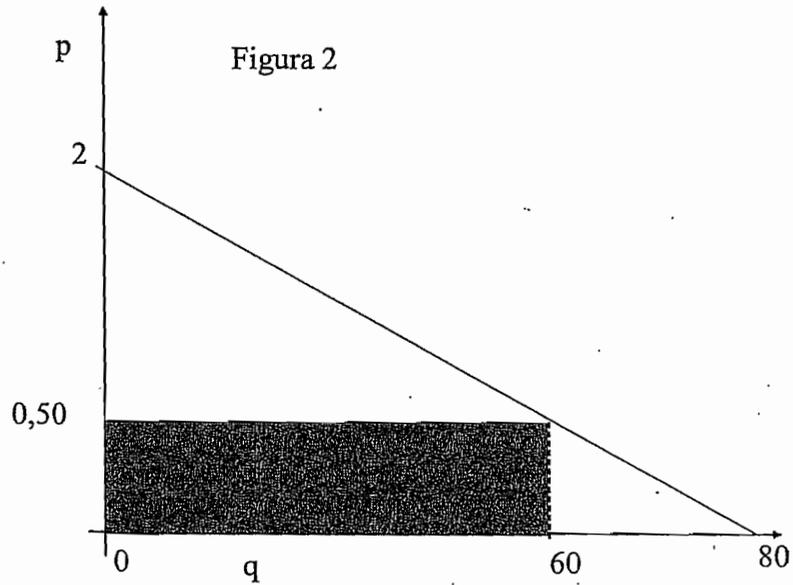
Il surplus del consumatore rappresenta una misura del guadagno netto che il consumatore trae dall'acquistare una data quantità di bene ad un dato prezzo.

La funzione di domanda individuale ci consente di identificare, in corrispondenza di una qualsiasi quantità del bene, il prezzo massimo che è disposto a pagare il consumatore per in corrispondenza dell'ultima unità (sufficientemente piccola) del bene acquistata. Di conseguenza, tale livello di prezzo misura il beneficio marginale che il consumatore trae dal consumo dell'ultima unità del bene. Individuato il beneficio marginale derivante dall'acquisto dell'ultima unità aggiuntiva del bene è possibile ottenere il beneficio totale.



Infatti, in corrispondenza della quantità acquistata del bene, il beneficio totale è pari alla somma dei benefici marginali. Graficamente, il beneficio totale corrisponde all'area che giace sotto la curva di domanda in corrispondenza della quantità acquistata. Quindi, poiché in corrispondenza di un prezzo di mercato pari a 0,50 euro al Kwh Antonio domanda una quantità di energia elettrica pari a 60 Kwh, allora il suo beneficio totale è pari all'area evidenziata nella figura 1.

Tuttavia, per acquistare 60 Kwh Antonio sostiene una spesa complessiva pari 30 euro. Graficamente la spesa complessiva corrisponde all'area evidenziata nella figura 2. Poiché il surplus del consumatore è una misura del guadagno netto, allora il surplus corrisponde alla differenza tra il beneficio totale ottenuto acquistando una data quantità del bene e la spesa complessiva sostenuta. Pertanto il surplus di Antonio in corrispondenza di un prezzo pari a 0,50 euro al Kwh, graficamente è l'area evidenziata nella figura sottostante



Punto 2

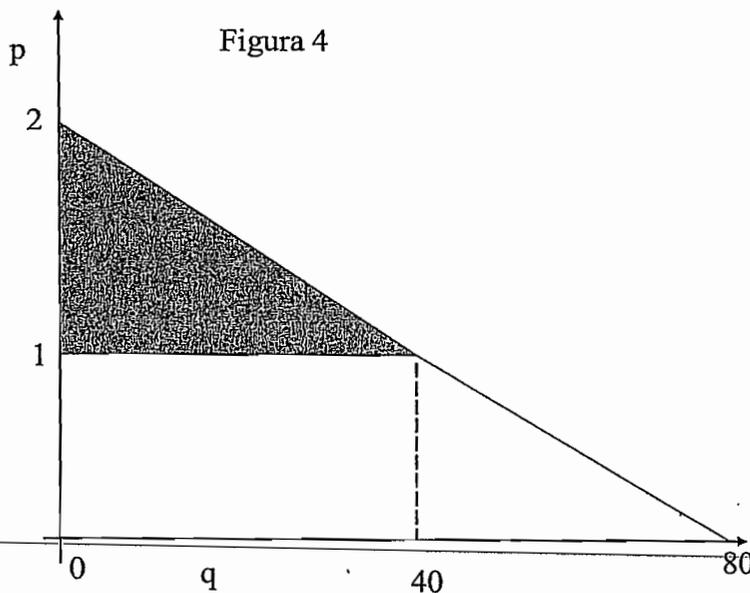
La nozione di surplus può essere impiegata per analizzare gli effetti di un cambiamento del prezzo sul benessere del consumatore. L'aumento del prezzo determina una riduzione del surplus del consumatore sia perché il maggiore prezzo causa un aumento della spesa complessiva sia perché la quantità che Antonio è disposto ad acquistare si riduce.

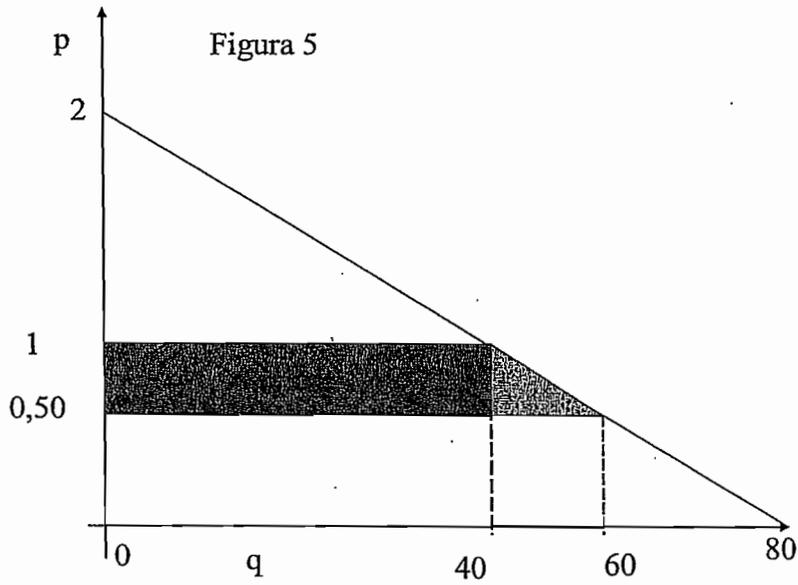
In corrispondenza di un prezzo al Kwh pari ad un euro, Antonio è disposto ad acquistare una quantità di energia elettrica pari ad 40 Kwh. Pertanto, il surplus di Antonio coincide con l'area evidenziata nella seguente figura 4.

Punto 3

Poiché dal punto 1) al punto 2) il prezzo è aumentato, il surplus di Antonio diminuisce. In particolare il minor surplus di Antonio in corrispondenza di un prezzo pari ad un euro al Kwh è pari all'area evidenziata nella figura 5:

L'area rossa della variazione del surplus rappresenta l'effetto negativo derivante dalla maggiore spesa che Antonio sostiene a causa dell'aumento dei prezzi. Diversamente, l'area verde rappresenta l'effetto negativo indotto dalla minore quantità acquistata di energia elettrica.





## Soluzioni relative alla esercitazione del 18 marzo 2008

### Esercizio 1

Ad un soggetto vengono proposte le seguenti lotterie:

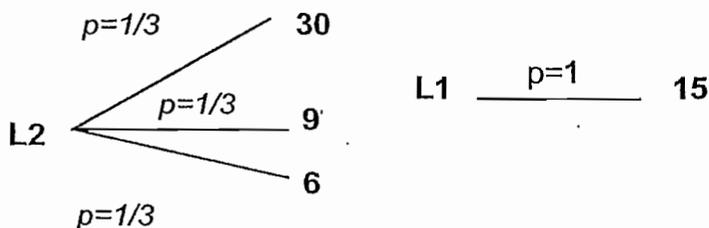
$$L_1 = (1; 15)$$

$$L_2 = \left( \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}; 30, 6, 9 \right)$$

Se il soggetto è avverso al rischio, quale lotteria sceglie? E se è neutrale al rischio? E se è propenso al rischio

### Soluzione esercizio 1

La due lotterie possono essere rappresentate nella seguente forma::



Si osserva che le due lotterie hanno il medesimo valore monetario atteso (pari a 15). Tuttavia, la lotteria L1 assegna un premio pari a 15 con certezza, mentre la lotteria L2 presenta tre possibili esiti.

Un individuo è avverso al rischio quando data una lotteria qualsiasi,  $L^*$ ; preferisce alla lotteria  $L^*$  ricevere con certezza un premio pari al valore monetario atteso della lotteria  $L^*$ .

Un individuo è neutrale al rischio quando, data una lotteria qualsiasi,  $L^*$ , è indifferente tra la lotteria  $L^*$  e avere con certezza un premio pari al valore monetario atteso della lotteria  $L^*$ .

Infine, un soggetto è propenso al rischio, quando, data una lotteria qualsiasi  $L^*$ , preferisce la lotteria  $L^*$  rispetto a ricevere con certezza un premio pari al valore monetario atteso della lotteria  $L^*$ .

Pertanto, un soggetto avverso al rischio sceglie la lotteria L1, mentre un soggetto neutrale al rischio è indifferente tra le due lotterie, e, infine, un soggetto propenso al rischio sceglie la lotteria L2.

### Esercizio 2

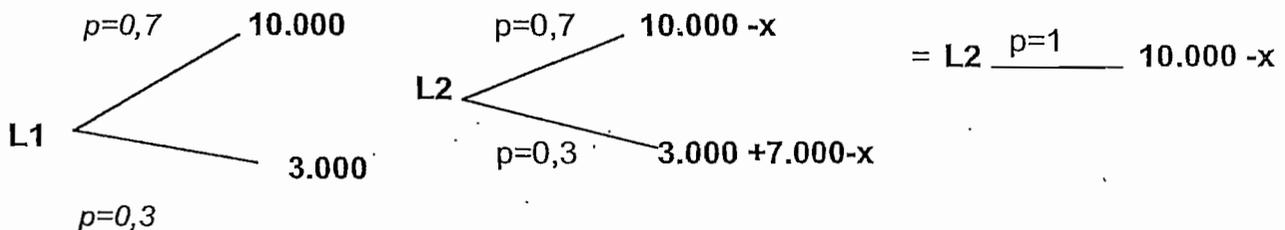
Maria, Laura e Luisa possiedono un'auto con un valore di mercato pari a 10 mila euro. La probabilità di avere un incidente automobilistico è pari a 0,3 con un danno complessivo di 7000 euro.

Tutte e tre possono acquistare sul mercato una assicurazione che consente il rimborso completo del danno.

- 1) Maria ha un equivalente certo pari a 7000. Quale è l'atteggiamento di Maria nei confronti del rischio? Quale è il premio assicurativo massimo che Maria sarebbe disposta a pagare?
- 2) Laura ha un equivalente certo pari a 8000. Quale è l'atteggiamento di Laura nei confronti del rischio? Quale è il premio assicurativo massimo che Laura sarebbe disposta a pagare?
- 3) Luisa in condizioni di incertezza sceglie solo sulla base del valore monetario atteso della lotteria. Quale è il premio assicurativo massimo che Luisa sarebbe disposta a pagare?

### Soluzione esercizio 2

Maria, Laura e Luisa affrontano la lotteria L1. Tuttavia, se si assicurano, la lotteria cambia (lotteria L2) e ottengono una somma certa pari alla differenza tra 10.000 e il premio assicurativo (x). Infatti, acquistando una assicurazione che rimborsa completamente il danno subito l'assicurato trasforma la lotteria incerta (L1) in una lotteria certa (si osservi che qualunque sia l'esito dell'evento incerto l'assicurato deve pagare il premio assicurativo).



Il valore monetario atteso della lotteria L1 è pari a 7.900.

#### Punto 1

Maria ha un equivalente certo pari a 7.000, ciò significa che per Maria la lotteria L1 è indifferente alla lotteria che assegna con certezza un premio pari a 7.000.

Poiché l'equivalente certo è minore del valore monetario atteso della lotteria L1, allora Maria è avversa al rischio. Il premio assicurativo massimo che sarebbe disposta a pagare Maria è quel premio in corrispondenza del quale Maria è indifferente tra sottoscrivere l'assicurazione e non sottoscrivere. Per Maria affrontare la lotteria L1 equivale ad ottenere un premio certo pari a 7.000. Se Maria sottoscrive l'assicurazione ottiene un premio certo pari a  $(10.000-x)$ . Pertanto il premio assicurativo massimo che Maria sarebbe disposta a pagare è pari a 3000, cioè la differenza tra il payoff massimo della lotteria (10.000) e il suo equivalente certo.

#### Punto 2

Laura ha un equivalente certo pari a 8.000, ciò significa che per Laura la lotteria L1 è indifferente alla lotteria che assegna con certezza un premio pari a 8.000.

Poiché l'equivalente certo è maggiore del valore monetario atteso della lotteria L1, allora Laura è propensa al rischio. Il premio assicurativo massimo che sarebbe disposta a pagare Laura è quel premio in corrispondenza del quale Laura è indifferente tra sottoscrivere l'assicurazione e non sottoscrivere. Per Laura affrontare la lotteria L1

equivale ad ottenere un premio certo pari a 8.000. Se Laura sottoscrive l'assicurazione ottiene un premio certo pari a  $(10.000-x)$ . Pertanto il premio assicurativo massimo che Laura sarebbe disposta a pagare è pari a 2.000, cioè la differenza tra il payoff massimo della lotteria (10.000) e il suo equivalente certo,

### Punto 3

Luisa in condizioni di incertezza sceglie considerando solo il valore monetario atteso della lotteria. Ciò significa che Luisa è neutrale al rischio. Data una qualsiasi lotteria un individuo neutrale al rischio ha un equivalente certo pari al valore monetario atteso. Quindi, Luisa ha un equivalente certo pari a 7.900, e, il premio assicurativo massimo che sarebbe disposta a pagare Luisa è pari a 2.100, cioè la differenza tra il payoff massimo della lotteria (10.000) e il suo equivalente certo.

### Esercizio 3

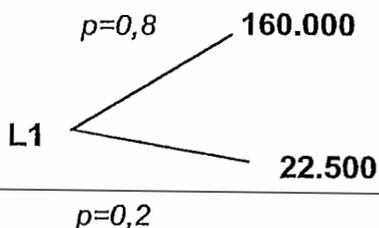
Paolo ha appena acquistato un villino al mare per 160.000 euro. Il villino sorge in una zona fortemente sismica. La probabilità che si verifichi un terremoto è pari a 0,2. Il terreno sul quale sorge il villino ha un valore di mercato di 22.500 euro. La sua funzione di utilità di VNM è la seguente:

$$u(W) = \sqrt{W}$$

La sua banca gli propone un contratto di assicurazione dove in cambio di 30.400 Paolo riceve, nel caso in cui si verifichi un terremoto, un rimborso di 137.500 euro. Individuate il premio massimo di assicurazione che Paolo sarà disposto a pagare per assicurarsi completamente e dite se Paolo Firmerà il contratto di assicurazione proposto dalla banca.

### Soluzione esercizio 3

La lotteria che affronta Paolo è la seguente:



Data la funzione di utilità sui premi monetari si ottiene l'utilità attesa di Paolo per la lotteria  $L_1$ . In particolare:

$$E(u(L_1)) = 0,8\sqrt{160.000} + 0,2\sqrt{22.500} = 350$$

Data l'utilità attesa di Paolo della lotteria  $L_1$  si ottiene l'equivalente certo di Paolo per la lotteria  $L_1$ . Infatti, poiché l'equivalente certo è quel premio che qualora fosse assegnato

con certezza a Paolo, egli è indifferente tra ricevere con certezza tale premio e la lotteria  $L_1$ , allora necessariamente deve essere soddisfatta tale uguaglianza:

$$u(W_c) = E(u(L_1)) = 350$$

ovvero:

$$u(W_c) = \sqrt{W_c} = 350$$

Pertanto:

$$W_c = 122.500$$

Sappiamo dall'esercizio precedente che se Paolo acquista una assicurazione che gli rimborsa completamente il danno allora la sua lotteria da incerta diventa certa dove l'unico esito è pari alla differenza tra 160.000 e il premio di assicurazione pagato. Pertanto, il premio assicurativo massimo che Paolo sarà disposto a pagare per assicurarsi completamente è pari a:

$$\pi_{max} = 160.000 - 122.500 = 37.500$$

Il contratto di assicurazione proposto dalla banca prevede un rimborso completo del danno (160.000 - 22.500 = 137.500) e un premio assicurativo di 30.400 euro. Poiché il premio assicurativo di tale contratto è minore del premio assicurativo massimo che Paolo sarebbe disposto a pagare, allora egli sottoscriverà il contratto di assicurazione proposto dalla banca.

#### Esercizio 4

Si consideri la seguente matrice di gioco dove il giocatore 1 sceglie le righe e il giocatore 2 sceglie le colonne:

G1 \ G2	L	C	R
U	4;10	3;4	1;3
D	3;0	5;6	8;3
F	2;4	4;3	10;2

Individuare gli equilibri di Nash del gioco nelle strategie pure.

#### Soluzione esercizio 4

Il gioco presenta solo due equilibri di Nash nelle strategie pure e tali equilibri sono [U;L] e [D;C] dove la prima lettera indica la strategia del giocatore 1 e la seconda lettera indica la strategia del giocatore 2 in corrispondenza del profilo di equilibrio. Infatti tali profili sono gli unici in corrispondenza del quale, data la strategia scelta dall'avversario, nessun giocatore ha l'incentivo a modificare unilateralmente la propria scelta.

I profili di strategia Pareto Efficiente sono : [U;L], [D;C], [D;R] e [F;R]. Si osserva che gli ultimi due profili non corrispondono ad equilibri di Nash del gioco.

### Esercizio 5

Considerate il gioco precedente e dite se esiste per qualche giocatore una strategia dominata in senso stretto.

### Soluzione esercizio 5

Per il giocatore 2 la strategia **R** è dominata in senso stretto dalla strategia **C**. Infatti il giocatore 2 può ottenere payoff maggiori di quelli di **R** qualora giocasse **C** indipendentemente dalla strategia scelta dal giocatore 1. Poiché i giocatori sono razionali e tale informazione è conoscenza comune allora la strategia **R** del giocatore 2 può essere eliminata. In questo caso il gioco ha la seguente forma normale:

G1\G2	L	C
U	4;10	3;4
D	3;0	5;6
F	2;4	4;3

Una volta eliminata la strategia **R**, la strategia **F** del giocatore 1 è dominata in senso stretto dalla strategia **D**. Poiché i giocatori sono razionali e tale informazione è conoscenza comune allora la strategia **F** può essere eliminata ed il gioco ha la seguente forma normale:

G1\G2	L	C
U	4;10	3;4
D	3;0	5;6

### Esercizio 6

Si consideri la seguente matrice dei pay-off di un gioco. Il giocatore Alfa sceglie le righe mentre il giocatore Beta sceglie le colonne.

Alfa\Beta	A	B	C
a	1;1	0;2	2;0
b	0;2	1;1	1;?
c	?;1	2;0	0;0

- 1) Si individui la condizione che deve soddisfare il payoff del giocatore Alfa indicato con "?" affinché (c, A) costituisca un equilibrio di Nash del gioco;
- 2) Si individui la condizione che deve soddisfare il payoff del giocatore Beta indicato con "?" affinché la strategia **C** sia una strategia dominata in senso stretto.

### Soluzione esercizio 6

#### Punto 1

Affinché il profilo (c, A) costituisca un equilibrio di Nash del gioco è necessario che il giocatore Alfa, dato che il giocatore Beta sceglie la strategia **A**, non abbia incentivo a

scegliere una strategia diversa da **c**. Ciò è possibile solo se il payoff ottenuto dal giocatore Alfa in corrispondenza del profilo (**c**, **A**) non sia inferiore di 1.

### Punto 2

Si osserva che quando il giocatore Alfa sceglie la strategia **a** o la strategia **c** il giocatore Beta, giocando la strategia **C** ottiene un payoff inferiore a quello che avrebbe ottenuto giocando la strategia **A**. Pertanto, affinché la strategia **C** del giocatore 2 sia dominata in senso stretto dalla strategia **A**, è necessario che il payoff del giocatore Beta, in corrispondenza del profilo (**b**, **C**) sia inferiore al payoff in corrispondenza del profilo (**b**, **A**). Quindi, affinché la strategia **C** del giocatore Beta sia dominata in senso stretto dalla strategia **A** è necessario che il payoff mancante sia inferiore di 2.

## Soluzioni relative alla esercitazione del 8 aprile 2008

### Esercizio 1

Il comune di Nieve è composto da due famiglie: la famiglia A e la famiglia B. Ciascuna famiglia percepisce un reddito annuo pari a 300 euro. Il Governo ha deciso di non coprire più le spese di ordinaria amministrazione del Comune ma che tali costi debbano essere sostenuti dai residenti. L'amministrazione comunale ha deciso che ciascuna famiglia debba contribuire in misura della sua capacità contributiva relativa dichiarata. Le spese annue di ordinaria amministrazione sono pari a 100 euro.

Ciascuna famiglia ha due possibili azioni:

- (a) rivolgersi per la compilazione della dichiarazione dei redditi ad un commercialista residente in un Comune limitrofo. Il servizio di consulenza costa 15 euro e consente di inviare una dichiarazione elusiva in cui il reddito annuo risulta pari a 100 anziché 300;
- (b) non servirsi della consulenza del commercialista e dichiarare l'effettivo reddito annuo percepito.

Rappresentate tale situazione strategica sotto l'ipotesi che ciascuna famiglia sia interessata esclusivamente al proprio reddito ed individuate i possibili esiti dell'interazione strategica.

### Soluzione esercizio 1

Ciascuna famiglia ha a disposizione due strategie: rivolgersi al commercialista (H) e non rivolgersi al commercialista (D).

Se entrambe le famiglie si rivolgono al commercialista (profilo (H;H)) allora ciascuna famiglia dichiara un reddito pari a 100 e il Comune ritiene che il reddito complessivo sia pari a 200. Pertanto la capacità contributiva relativa di ciascuna famiglia è pari ad  $\frac{1}{2}$ , infatti:

$$\tau_A = \frac{R_A}{R_A + R_B} = \frac{100}{200} = \frac{1}{2} = \tau_B = \frac{R_B}{R_A + R_B}$$

dove  $R_A$  (risp.  $R_B$ ) indica il reddito dichiarata della famiglia A (risp. B) e  $\tau_A$  (risp.  $\tau_B$ ) indica la capacità contributiva della famiglia A (risp. B).

Quindi in questo caso ciascuna famiglia contribuisce per 50 euro alle spese di amministrazione e sostiene il costo di consulenza del commercialista. Quindi il reddito netto annuo di ciascuna famiglia è pari a 235 euro.

Se nessuna famiglia si rivolge al commercialista (profilo (D;D)) allora ciascuna famiglia dichiara un reddito pari a 300 e il reddito complessivo dichiarato è pari a 600. Anche in questo caso la capacità contributiva relativa di ciascuna famiglia è pari a  $\frac{1}{2}$  e ciascuna famiglia contribuisce per 50 euro alle spese di amministrazione del Comune. Quindi il reddito netto annuo di ciascuna famiglia è pari a 250 euro

Se la famiglia A si rivolge al commercialista mentre la famiglia B non invia una dichiarazione elusiva del reddito (profilo (H;D)) allora il reddito complessivo dichiarato è pari a 400 e la capacità contributiva relativa di ciascuna famiglia è pari a:

$$\tau_A = \frac{R_A}{R_A + R_B} = \frac{100}{400} = \frac{1}{4}$$

$$\tau_B = \frac{R_B}{R_A + R_B} = \frac{300}{400} = \frac{3}{4}$$

Pertanto la famiglia A contribuirà alle spese di amministrazione per un  $\frac{1}{4}$  e la sua quota è pari a 25. Quindi il payoff della famiglia A sarà pari a 260, ovvero pari al suo reddito al netto delle spese comunale e del costo di consulenza.

Diversamente la famiglia B sosterrà una quota di spese comunali pari a 75. Quindi, il suo payoff sarà pari a 225.

Infine, se la famiglia B si rivolge al commercialista mentre la famiglia A non invia una dichiarazione elusiva del reddito (profilo (D;H)) allora il payoff della famiglia A sarà pari a 225 e il payoff della famiglia B sarà pari a 260.

Quindi la situazione strategica ha la seguente rappresentazione in forma normale:

A;B	H	D
H	235, 235	260;225
D	225;260	250;250

L'unico equilibrio di Nash è il profilo (H,H) in corrispondenza del quale ciascuna famiglia invia una dichiarazione elusiva del reddito annuo. Si osserva che tale esito non è un esito Pareto Efficiente. Infatti entrambe le famiglie in corrispondenza dell'esito (D,D) ottengono in payoff maggiore. L'esito (H,H) non è Pareto efficiente perchè una parte del reddito delle due famiglie è speso nel servizio di consulenza del commercialista.

## Esercizio 2

Considerate il seguente gioco tra due giocatori:

G1;G2	S	D
A	2, 1	6, 2
B	4, 4	4, 4

Dove il primo numero indica il payoff del giocatore 1 e il secondo numero il payoff del giocatore 2.

- 1) Individuate gli equilibri di Nash del gioco;
- 2) Supponete che il giocatore 1 giochi per primo e il giocatore 2 osserva la scelta del giocatore 1. Se il giocatore 1 sceglie B il gioco termina e entrambi i giocatori ottengono un payoff pari 4. Diversamente se il giocatore 1 sceglie A il giocatore 2 può scegliere tra S e D. Il giocatore 2 dichiara al giocatore 1; " Se scegli la strategia A io ti punisco e scelgo S". Secondo voi il giocatore 1 sceglierà la strategia B? Motivate la risposta

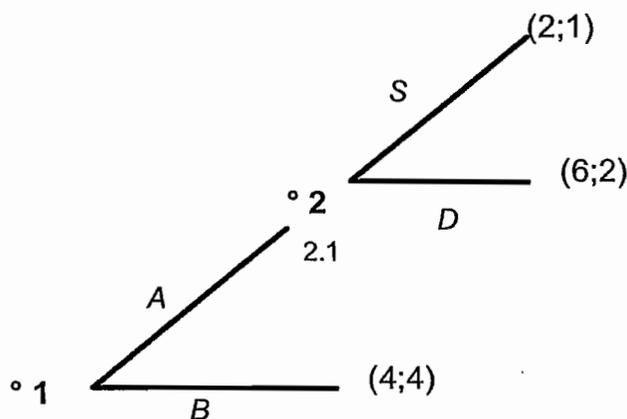
## Soluzione esercizio 2

### Punto 1

Il gioco presente due equilibri di Nash nelle strategie pure. I due equilibri sono:  $\{A;D\}$ ,  $\{B;S\}$ . Il giocatore 2 preferisce che si realizzi il profilo  $\{B;S\}$  perché consegue un payoff maggiore rispetto a quello che otterrebbe in corrispondenza del profilo  $\{A;D\}$ . Diversamente, il giocatore 1 preferisce il profilo  $\{A;D\}$ .

### Punto 2

Il gioco presenta la seguente forma estesa:



Sotto l'ipotesi che il giocatore 2 attuasce effettivamente la propria minaccia, il giocatore 1 conseguirebbe un payoff pari a 2 se sceglie la mossa **A** e un payoff pari a 4 se sceglie la mossa **B**. Pertanto, se effettivamente il giocatore 2 seguisse un comportamento coerente con la propria minaccia, allora al giocatore 1 converrebbe scegliere la strategia **B**.

Tuttavia, qualora il giocatore 1 scegliesse la strategia **A** al giocatore 2 non conviene attuare effettivamente la propria minaccia. Infatti, qualora mettesse in atto la propria minaccia, perché il giocatore 1 ha scelto **A**, il giocatore 2 consegue un payoff pari a 1 che è inferiore al payoff che avrebbe ottenuto scegliendo la mossa **D**. Poiché entrambi i giocatori sanno che il proprio avversario è un individuo razionale, allora il giocatore 1 è consapevole che il giocatore 2 non ha alcun incentivo ad attuare la propria minaccia. Quindi, dato che il giocatore 1 preferisce il profilo  $\{A;D\}$  al profilo  $\{B;S\}$  allora sceglierà la strategia **A** e si realizzerà il profilo  $\{A;D\}$ . Poiché il profilo  $\{B;S\}$  non è sostenuto da alcuna minaccia credibile allora l'unico equilibrio di Nash perfetto nei sottogiochi del gioco in forma estesa è l'equilibrio  $\{A;D\}$ .

---

## Esercizio 3

Sia Microsoft che Netscape stanno pianificando il lancio sul mercato di un nuovo tipo browser. Entrambe possono scegliere tra due nuove tipologie: Java e ActiveX.

Se le due imprese introducono un diverso tipo di browser conseguono un profitto nullo. Diversamente se introducono lo stesso tipo di browser il profitto è positivo e i payoff sono i seguenti:

- se il browser scelto è ActiveX, Microsoft consegue un profitto pari a 2, mentre Netscape ha un profitto pari a 1;
- se il browser scelto è Java, Netscape consegue un profitto pari a 2 e Microsoft un profitto pari a 1.

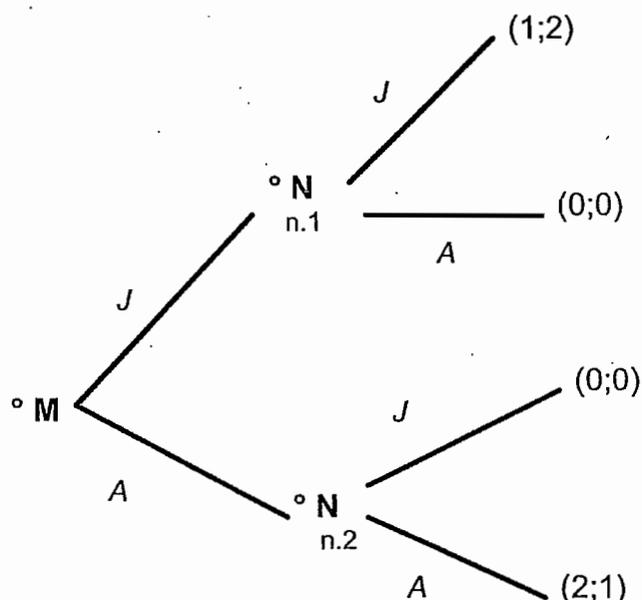
Microsoft è l'impresa che sceglie per prima il browser da lanciare sul mercato e Netscape osserva la scelta della Microsoft.

- 1) Rappresentate la forma estesa del gioco;
- 2) Netscape minaccia che qualora Microsoft lanci il browser ActiveX, lei lancerà browser Java. Secondo voi tale minaccia influenzerà la scelta di Microsoft?

### Soluzione esercizio 3

#### Punto 1

La forma estesa del gioco è la seguente (la lettera J indica Java, la lettera A indica ActiveX, la lettera M indica Microsoft e la lettera N indica Netscape):

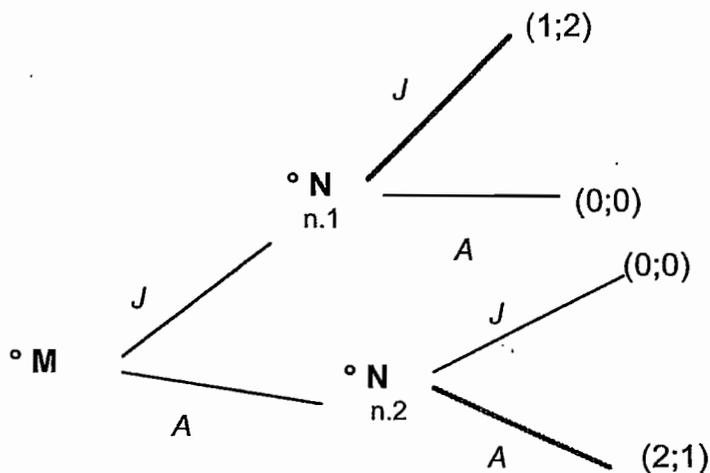


#### Punto 2

La minaccia di Netscape non è credibile, perché qualora Microsoft lanciasse il browser ActiveX, Netscape non ha convenienza ad attuare la propria minaccia perché può conseguire un payoff maggiore lanciando il browser ActiveX. Poiché la minaccia di Netscape non è credibile allora non influenzerà la scelta di Microsoft.

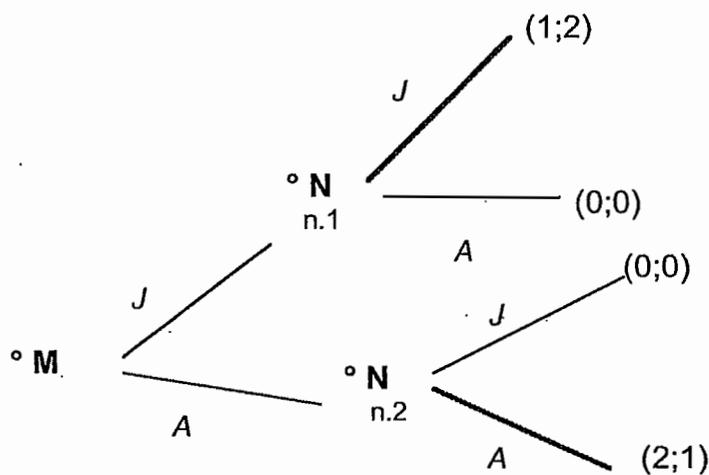
Quando il gioco ha informazione perfetta (ciò è vero ogni volta che i giocatori possono osservare le scelte effettuate in precedenza dagli avversari), per individuare l'equilibrio di Nash perfetto nei sottogiochi è sufficiente risolvere il gioco all'indietro. Ovvero, si individua in corrispondenza degli ultimi nodi decisionali la mossa migliore del giocatore a cui spetta la decisione. Dato, il comportamento razionale dei giocatori in corrispondenza degli ultimi nodi decisionali, si individua, in corrispondenza di ciascun nodo precedente, l'azione ottimale (in termini di payoff) del giocatore a cui spetta la scelta. Nel presente esempio, la

mossa ottimale per Netscape in corrispondenza dei suoi due ultimi nodi decisionali è J (nodo n.1) e A (nodo n.2), ovvero:



Pertanto, in corrispondenza del nodo iniziale, dato il comportamento razionale di Netscape, Microsoft sa che se sceglie la strategia J avrà un payoff pari a 1, mentre se sceglie la strategia A conseguirà un payoff pari a 2. Quindi, Microsoft sceglierà di lanciare Activex (azione A).

Quindi, l'unico equilibrio perfetto nei sottogiochi è quello che prescrive, in corrispondenza di ciascun nodo, le azioni evidenziate, e, il profilo che si realizzerà sarà 2 per Microsoft e 1 per Netscape.



#### Esercizio 4

La domanda di un bene è la seguente:

$$q = 100 - 4p$$

dove  $q$  è la quantità domandata e  $p$  è il prezzo.

L'elasticità della domanda rispetto al prezzo (in valore assoluto) è pari a:

$$|\varepsilon_D| = 4 \frac{p}{Q}$$

Dopo aver definito il concetto di ricavo marginale individuate il ricavo marginale per una impresa in concorrenza perfetta e per un'impresa in monopolio.

#### Soluzione esercizio 4

Il ricavo marginale indica il ricavo aggiuntivo che l'impresa consegue qualora decidesse di produrre una unità aggiuntiva del bene.

In generale la variazione dei ricavi totale a seguito di una variazione della quantità prodotta è pari a:

$$\Delta RT = \Delta(pq) = p\Delta q + q\Delta p$$

dove  $q$  indica la quantità prodotta dalla singola impresa.  
Pertanto il ricavo marginale della singola impresa è pari a:

$$RM = \frac{\Delta RT}{\Delta q} = p \left( 1 + \frac{q}{p} \frac{\Delta p}{\Delta q} \right)$$

Se l'impresa opera in un mercato concorrenziale allora l'impresa è senza potere di mercato e, quindi, ritiene che le sue decisioni sul livello di produzione non influiscono sul prezzo di mercato. Ciò implica che l'impresa ritiene che una variazione del proprio livello di produzione non determina alcuna variazione del prezzo di mercato. Pertanto per l'impresa in concorrenza perfetta risulta che:

$$\Delta RT = \Delta(pq) = p\Delta q$$

e quindi:

$$RM = \frac{\Delta RT}{\Delta q} = p$$

In conclusione in concorrenza perfetta la curva di domanda per la singola impresa è infinitamente elastica.

Invece poiché l'impresa monopolista è la sola impresa che produce il bene, allora la quantità prodotta dalla singola impresa coincide con la quantità disponibile sul mercato ( $Q$ ). Quindi il ricavo marginale dell'impresa in monopolio è pari a:

$$(1) \quad RM = \frac{\Delta RT}{\Delta Q} = p \left( 1 + \frac{Q}{p} \frac{\Delta p}{\Delta Q} \right)$$

Ricordando che la elasticità della funzione di domanda al prezzo in valore assoluto è pari a:

$$|\varepsilon_D| = \left| \frac{p}{Q} \frac{\Delta Q}{\Delta p} \right|$$

la (1) può essere riscritta in questi termini:

$$RM = p \left( 1 - \frac{1}{|\varepsilon_D|} \right)$$

Quindi il ricavo marginale del monopolista dipende sia dal livello del prezzo che dalla elasticità della funzione di domanda al prezzo mentre il ricavo marginale dell'impresa in concorrenza perfetta coincide con il livello del prezzo.

### Esercizio 5

Un'impresa ha la seguente funzione di costo di breve periodo:

$$CT_b(y) = 10000 + 4y^2 + 16y$$

e il seguente costo marginale:

$$CM_b = 8y + 16$$

Si individui il costo fisso, il costo variabile di breve periodo, il costo medio di breve periodo. Attualmente l'impresa produce 40 unità secondo voi in corrispondenza di tale livello di produzione il costo medio è minimo?

### Soluzione esercizio 5

Il costo fisso è 10000, ovvero è quella parte del costo totale che non varia al variare della produzione. Il costo variabile di breve periodo (VC) e il costo medio di breve sono rispettivamente (AC):

$$VC = 4y^2 + 16y$$

$$AC = \frac{10000}{y} + 4y + 16$$

In corrispondenza del costo medio minimo il costo marginale deve essere uguale al costo medio.

$$\frac{10000}{y} + 4y + 16 = 8y + 16;$$

ovvero;

$$\frac{10000}{y} + 4y = 8y;$$

ovvero;

$$10000 = 4y^2 \rightarrow y = \sqrt{\frac{10000}{4}} = \sqrt{2500} = 50$$

Quindi, il livello di produzione in corrispondenza del quale l'impresa sostiene il costo medio minimo è 50. Pertanto, l'impresa sta producendo un livello in corrispondenza del quale il

costo medio sostenuto non è minimo ma poiché in corrispondenza di 40 unità il costo marginale è inferiore al costo medio. Pertanto se l'impresa desidera ridurre il costo medio totale deve aumentare il livello di produzione (Si osserva che in corrispondenza di 40 unità il costo medio (AC) è pari a 426, mentre il costo marginale (CM) è pari a 336, quindi l'impresa non sta producendo il livello di produzione in corrispondenza del quale sostiene il costo medio totale minimo perché AC è diverso da CM)

## Soluzioni relative alla esercitazione del 15 aprile 2008

### Esercizio 1

Una impresa utilizza capitale e lavoro. Supponiamo che il prezzo di una unità di capitale sia pari a 2 e che il prezzo di una unità di lavoro sia pari a 1. L'impresa attualmente impiega entrambi i due input e in corrispondenza di tale combinazione il prodotto marginale del capitale è pari a 1 e il prodotto marginale del lavoro è pari a 2.

La combinazione degli input impiegata minimizza il costo di produzione?

In caso di risposta negativa se l'impresa vuole mantenere inalterato il livello attuale di produzione le conviene aumentare il capitale o il lavoro?

### Soluzione esercizio 1

Dai dati del problema si ottiene;

$$\begin{cases} \frac{w_L}{w_K} = \frac{1}{2} \\ MRTS(A) = \frac{MP_L}{MP_K} = 2 \end{cases}$$

Dove A indica la combinazione degli input attualmente impiegata dall'impresa e  $MP_L$  e  $MP_K$  la produttività marginale del lavoro e del capitale.

La combinazione impiegata dall'impresa non minimizza il costo totale dell'impresa perché per produrre il medesimo livello di prodotto l'impresa può aumentare di una unità il fattore lavoro e ridurre la quantità impiegata del capitale (pari a 2) in misura maggiore di quanto è richiesto (pari a 0,5) affinché il costo totale non vari. Ciò significa che se aumenta di una unità il fattore lavoro e diminuisce la quantità di capitale nella misura richiesta dalla tecnologia a disposizione, l'impresa in corrispondenza della nuova combinazione sostiene un costo totale minore di quello sostenuto in corrispondenza di A.

### Esercizio 2

L'impresa Alfa per contratto deve fornire annualmente al proprio committente 10.000 unità di sedie. Essa produce tale bene utilizzando i due fattori produttivi: K e L. L'anno scorso i prezzi dei due fattori erano rispettivamente 2 (K) e 3(L). In corrispondenza di tali prezzi l'impresa ha impiegato 10 unità di K e 10 unità di L.

Quest'anno il prezzo del capitale è pari a 4 mentre il prezzo del lavoro è rimasto invariato. Secondo voi, quest'anno l'impresa Alfa impiegherà una quantità minore o maggiore rispetto all'anno precedente di capitale?

### Soluzione esercizio 2

L'anno scorso il rapporto tra i prezzi dei fattori di produzione era pari a  $3/2$  e l'impresa ha impiegato la combinazione  $(L,K)=(10,10)=A$ . Pertanto poiché tale combinazione rappresenta la combinazione economicamente efficiente allora necessariamente:

$$MRTS(A) = \frac{3}{2}$$

Quest'anno il rapporto tra i prezzi dei fattori di produzione è pari a  $\frac{3}{4}$ . Quindi la combinazione A non rappresenta più la combinazione economicamente efficiente per l'impresa. Inoltre, poiché il saggio marginale di sostituzione tecnica in corrispondenza della combinazione A è maggiore del rapporto tra i prezzi dei due fattori di produzione all'impresa conviene aumentare il fattore lavoro e ridurre il fattore capitale.

### Esercizio 3

(modificato il CM rispetto al testo distribuito in aula)

Un'impresa in concorrenza perfetta ha chiesto il vostro consiglio. Disponete delle seguenti informazioni:

p	CM	Cme	Q
4	5	7	1000

Sapendo che i costi fissi sono nulli, secondo voi all'impresa conviene aumentare o ridurre la quantità prodotta?

### Soluzione esercizio 3

In concorrenza perfetta il ricavo marginale della singola impresa corrisponde al prezzo di mercato. Dalle informazioni presenti sappiamo che non esistono costi fissi. Ciò significa che qualora l'impresa decidesse di non produrre l'impresa realizza un profitto nullo.

Quindi l'impresa deciderà di produrre una quantità positiva solo se consegue un profitto non negativo. Si osserva che il profitto ( $\pi$ ) è pari a:

$$\pi = pq - CT = q(p - Cme)$$

Quindi il profitto è non negativo solo quando:

$$(1) p \geq Cme$$

Se all'impresa conviene produrre (ovvero se è soddisfatta la condizione (1)) allora l'impresa produce un livello di produzione che le consente di massimizzare i profitti solo se in corrispondenza di tale livello il prezzo di mercato (ovvero ricavo marginale) è pari al costo marginale (CM).

Dalle informazioni presenti in tabella si osserva che:

- il prezzo è minore del costo medio variabile (Cme) → alla singola impresa non conviene produrre alcuna quantità;
- il prezzo è diverso dal costo marginale (MC) → l'impresa non sta producendo la quantità ottima.

Quindi, poiché il prezzo è minore del costo medio variabile all'impresa conviene sospendere la produzione del bene perché il prezzo di mercato è tale che, per qualunque livello di produzione, l'impresa può solo conseguire delle perdite.

#### Esercizio 4

(Modificato la funzione di domanda rispetto al testo distribuito in aula)

In un mercato perfettamente concorrenziale vi sono 10 imprese uguali. La curva dei costi marginali e la curva dei costi medi variabili sono rispettivamente:

$$CM = 4 + 2q$$

$$CmeV = 4 + q$$

dove  $q$  è la quantità prodotta dalla singola impresa.

La funzione di domanda è la seguente:

$$Q_d = 22 - p$$

- Determinare la curva di offerta aggregata.
- Determinare l'equilibrio di mercato.
- Evidenziare graficamente il surplus complessivo.

#### Soluzione esercizio 4

##### Punto 1

Per determinare la curva di offerta del settore è necessario individuare prima la curva di offerta della singola impresa. In corrispondenza della quantità ottima in concorrenza perfetta nel breve periodo devono essere soddisfatte le seguenti condizioni:

$$p = CM \geq CmeV$$

Poiché nel caso in esame il costo marginale è sempre maggiore del costo medio variabile, la curva di offerta della singola impresa si ottiene dall'uguaglianza tra il costo marginale (CM) e il prezzo di mercato, ovvero:

$$p = 4 + 2q \rightarrow q_s = \frac{p}{2} - 2$$

Quindi, la curva di offerta di breve periodo della singola impresa è la seguente:

$$\begin{cases} q_s = 0 & \text{se } p \leq 4; \\ q_s = \frac{p}{2} - 2 & \text{se } p > 4 \end{cases}$$

La curva di offerta del settore coincide con la somma delle offerte delle singole imprese, poiché le imprese sono uguali, la curva di offerta del settore è la seguente:

$$\begin{cases} Q_s = 0 & \text{se } p \leq 4; \\ Q_s = 10q_s = 5p - 20 & \text{se } p > 4 \end{cases}$$

### Punto 2

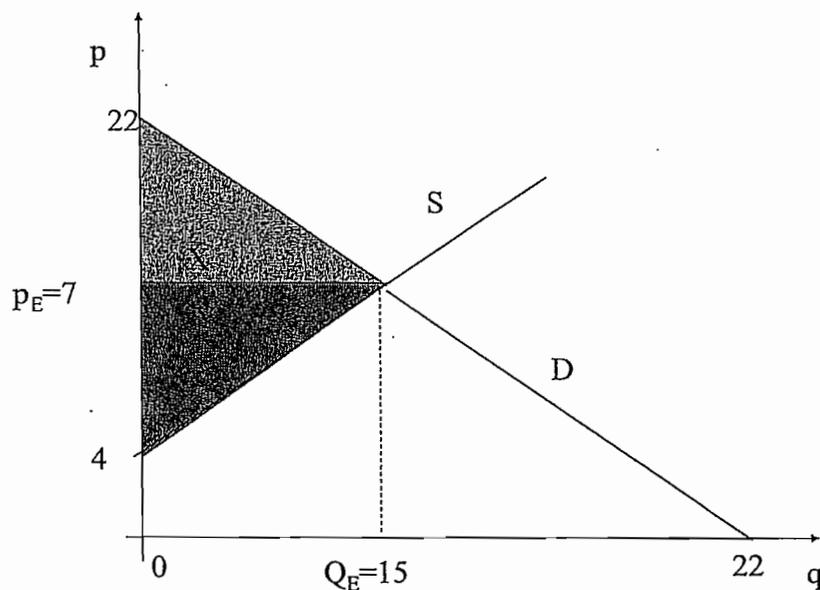
In corrispondenza dell'equilibrio di mercato la quantità offerta deve essere uguale alla quantità domandata. Pertanto, se il prezzo di equilibrio è maggiore di 4, il prezzo di equilibrio deve essere tale per cui la quantità offerta è pari alla quantità domandata, ovvero:

$$Q_s = Q_d \rightarrow 5p - 20 = 22 - p \rightarrow 6p = 42 \rightarrow p_E = 7$$

Poiché il prezzo di equilibrio è maggiore di 4 allora la produzione complessiva è positiva. Sostituendo il prezzo di equilibrio nella funzione di domanda (o nella funzione di offerta) si ottiene la quantità scambiata in corrispondenza dell'equilibrio ( $Q_E = 15$ )

### Punto 3

Il surplus dei consumatori è pari all'area che giace al di sotto della curva di domanda e al di sopra del prezzo di mercato. Il surplus dei produttori è pari all'area che giace al di sopra della curva di offerta e al di sotto del prezzo di mercato. Graficamente, il surplus dei consumatori è pari all'area X, mentre il surplus dei produttori è pari all'area Y. Il surplus complessivo è pari alla somma tra X e Y (area colorata nel grafico).



### **Esercizio 5**

L'impresa Beta opera in un settore perfettamente concorrenziale. Attualmente il settore è caratterizzato dalla presenza di un certo numero di imprese con la medesima struttura di costo.

Il costo medio di lungo periodo è pari a:

$$Cme = 6 + q^2 - 4q$$

Il costo marginale di lungo periodo è pari a:

$$CM = 6 + 3q^2 - 8q$$

Secondo voi nel lungo periodo quale sarà il prezzo che osserveremo sul mercato?

### Soluzione esercizio 5

In corrispondenza dell'equilibrio di lungo periodo nessuna impresa presente sul mercato può conseguire extraprofitti, perché la presenza di extraprofitti causa l'entrata sul mercato di ulteriori imprese attratte dalle opportunità di profitto ( in concorrenza perfetta non esistono barriere all'entrata). Ciò significa che ciascuna impresa consegue un extraprofitto nullo e, quindi, produce la quantità in corrispondenza del quale il prezzo è pari il costo marginale di lungo periodo (CM) (condizione di ottimalità) è uguale anche al costo medio di lungo periodo (CMe). Pertanto la quantità prodotta dalla singola impresa in corrispondenza dell'equilibrio di lungo periodo si individua uguagliando Cme a CM, ovvero:

$$CM = Cme \rightarrow 6 + 3q^2 - 8q = 6 + q^2 - 4q \rightarrow 2q^2 = 4q \rightarrow q_E = 2$$

Il prezzo di lungo periodo è pari al costo marginale di lungo periodo (e al costo medio di lungo periodo) in corrispondenza della quantità prodotta. Nel lungo periodo Poiché ogni impresa produce in equilibrio 2 unità del bene, il prezzo è pari a:

$$p_E = CM(2) \rightarrow p_E = 6 + 12 - 16 = 2$$

### Esercizio 6

L'impresa Alfa opera in un mercato perfettamente concorrenziale

Nel breve periodo il salario orario del mercato è pari a 15. Il prezzo di mercato del bene prodotto dall'impresa Alfa è uguale a 5.

- 1) Spiegate il significato della produttività marginale del lavoro;
- 2) Dite quale relazione intercorre tra il costo marginale e la produttività marginale del lavoro nel breve periodo;
- 3) Sia  $PML = 15 - 3L$  la relazione che descrive la produttività marginale del lavoro dell'impresa Alfa. Scrivete la funzione di domanda di lavoro e dite quante ore di lavoro impiegherà l'impresa Alfa dato il prezzo del bene e il salario orario.

---

### Soluzione esercizio 6

#### Punto 1

La produttività marginale del lavoro indica la variazione addizionale della produzione a seguito dell'impiego di una unità (piccola) in più del fattore lavoro a parità di impiego degli altri fattori di produzione. In particolare,

$$PML = \frac{\Delta q}{\Delta L}$$

## Punto 2

Nel breve periodo l'unico fattore di produzione variabile è il lavoro perché il fattore capitale è un fattore fisso. Pertanto, il costo variabile è rappresentato dal costo complessivo del fattore lavoro, mentre il costo fisso è costituito dal costo complessivo del fattore capitale. Ovvero:

$$CT_b = CF + CV$$

dove:

$$CF = w_k K^*$$

$$CV = w_L L$$

Al variare del livello di produzione l'impresa varia l'impiego del solo fattore lavoro (l'impresa ha sul mercato del lavoro un comportamento concorrenziale). Quindi:

$$\Delta CT_b = w_L \Delta L$$

Pertanto il costo marginale nel breve periodo dell'impresa è pari a:

$$(1) CM_b = \frac{\Delta CT_b}{\Delta q} = w_L \frac{\Delta L}{\Delta q} = \frac{w_L}{PML}$$

Quindi il costo marginale di breve periodo è inversamente legato alla produttività marginale del lavoro. Pertanto, quando la produttività marginale del lavoro aumenta (diminuisce) il costo marginale di breve periodo diminuisce (aumenta).

## Punto 3

La relazione tra costo marginale di breve periodo e la produttività marginale del lavoro consente di esprimere in modo diverso la condizione di ottimalità che caratterizza l'impresa in concorrenza perfetta.

Infatti, per la singola impresa in concorrenza perfetta il ricavo marginale è pari al prezzo del bene. Pertanto, la singola impresa produce la quantità che le consente di massimizzare i suoi profitti solo se, in corrispondenza di tale quantità, il costo marginale è pari al prezzo, ovvero, data la (1), se:

$$(2) CM_b = \frac{w_L}{PML} = p$$

La (2) esprime la condizione di ottimo dell'impresa non più in termini di quantità di prodotto ma in termini di quantità di lavoro impiegata. Pertanto dalla (2) si ottiene la funzione di domanda di lavoro per la singola impresa.

La funzione di domanda di lavoro della singola impresa indica per ogni livello di salario nominale la quantità di lavoro che desidera impiegare l'impresa.

Pertanto, la funzione di domanda di lavoro dell'impresa Alfa dato il prezzo del bene pari a 5, è la seguente:

$$w_L = 5(15 - 3L) \rightarrow L = 5 - \frac{w_L}{15}$$

Poiché il salario orario nominale è pari a 15 l'impresa Alfa desidererà impiegare 4 unità del fattore lavoro.

## Soluzioni relative alla esercitazione del 22 aprile 2008

### Esercizio 1

Consideriamo due consumatori, Rossi e Neri, e due beni, x e y. Siano  $SMS_R = (2y/x)$  e  $SMS_N = (y/x)$  i rispettivi saggi marginali di sostituzione in corrispondenza del paniere (x,y). In corrispondenza dell'allocazione iniziale Rossi possiede 4 unità del bene x e 3 unità del bene y, mentre Neri ha 6 unità del bene x e 1 unità del bene y.

- 1) Qual è il valore del SMS dei due consumatori in corrispondenza dell'allocazione iniziale? Esiste la possibilità di scambi favorevoli per entrambi i consumatori?
- 2) Rossi e Neri si incontrano e Rossi propone a Neri il seguente scambio: "Io ti cedo 1 unità del bene y in cambio di 1 unità del bene x". Dite se Neri accetta lo scambio proposto. Giustificate la vostra risposta

### Soluzione esercizio 1

#### Punto 1

Il valore del saggio marginale di sostituzione di ciascun consumatore in corrispondenza del paniere iniziale è pari a:

$$SMS_N(6;1) = \frac{1}{6}; \quad SMS_R(4;3) = \frac{3}{2};$$

Si osserva che in corrispondenza dell'allocazione iniziale, Rossi, a parità di soddisfazione, è disposto a rinunciare al massimo a  $3/2$  unità del bene y per avere in cambio una unità in più del bene x, mentre Neri, a parità di soddisfazione, è disposto, ad ottenere al minimo una quantità del bene y pari a  $1/6$  in cambio di una unità in meno (piccola) del bene x. Quest'ultima definizione di SMS è del tutto speculare a quella utilizzata in precedenza. Infatti l'SMS ha due possibili interpretazioni:

- a) come la quantità massima del bene y a cui il consumatore è disposto a rinunciare per avere, a parità di soddisfazione, una unità piccola in più del bene x;
- b) come la quantità minima del bene y che il consumatore è disposto ad ottenere in più per cedere, a parità di soddisfazione, una unità piccola del bene x.

Poiché i due saggi marginali di sostituzione in corrispondenza dell'allocazione iniziale sono tra loro diversi, allora nell'insieme delle possibili allocazioni realizzabili esistono allocazioni in corrispondenza dei quali sia Neri che Rossi migliorano la propria soddisfazione o al massimo una migliora e l'altra non peggiora.

La diversità tra i due saggi marginali di sostituzione segnala che il beneficio marginale personale in termini del bene y dell'ultima unità del bene x è tra i due consumatori diverso. In particolare, il beneficio marginale di Neri in corrispondenza dell'ultima unità del bene x è inferiore del beneficio marginale di Rossi.

## Punto 2

In primo luogo si osserva che è razionale per Rossi proporre a Neri di scambiare una unità del bene y in cambio di una unità del bene x. Infatti, Rossi a parità di soddisfazione è disposta a cedere  $3/2$  unità del bene y in cambio di unità piccola del bene x, quindi, nell'ipotesi che Neri accetti, Rossi in corrispondenza del nuovo paniere conseguirà un livello di soddisfazione maggiore.

Per quanto riguarda Neri si osserva che, in corrispondenza del paniere iniziale, lui è disposto, a parità di soddisfazione, ad ottenere, in cambio di una unità del bene x, una quantità del bene y non inferiore di  $1/6$ .

Poiché lo scambio proposto da Rossi prevede che Neri in cambio di una unità del bene x riceva 1 unità del bene y, e, quindi, una quantità maggiore della quantità minima che lui è disposto ad ottenere, allora Neri accetterà la proposta di Rossi perché in corrispondenza della nuova allocazione conseguirà un livello di soddisfazione maggiore.

## **Esercizio 2**

Supponiamo che un monopolista abbia costi medi e costi marginali costanti e pari a 20 euro. Il mercato è caratterizzato dalla seguente funzione di domanda:  $Q_d = 120 - 2p$

Il ricavo marginale del monopolista è pari a:  $RM = 60 - q$

- Qual'è la quantità e il prezzo che l'impresa sceglie se vuole massimizzare i suoi profitti?
- Quale sarebbe il prezzo e la quantità scambiata sul mercato qualora le autorità decidessero di regolare l'attività del monopolista in modo tale che si realizzi la situazione socialmente ottima?
- Confrontate graficamente il surplus del consumatore e del produttore in regime di monopolio con quello che si avrebbe in corrispondenza della soluzione socialmente ottima.

## **Soluzione esercizio 2**

### Punto 1

La quantità ottima prodotta dall'impresa monopolistica è la quantità in corrispondenza del quale il ricavo marginale è pari al costo marginale, ovvero:

$$RM = 60 - q = 20 \rightarrow q_M = 40$$

Data la quantità prodotta dall'impresa il prezzo di mercato è determinato dalla domanda, ovvero:

$$p = \frac{120 - 1}{2} q \rightarrow p_M = 60 - \frac{1}{2} 40 = 40$$

### Punto 2

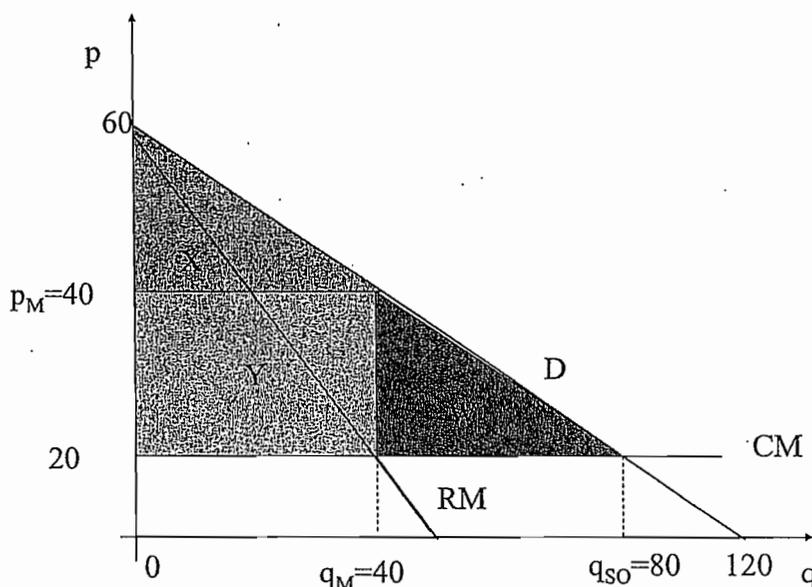
Se il prezzo fosse stato pari a 20 (costo marginale) la quantità domandata e prodotta sarebbe stata pari a 80. Infatti:

$$q = 120 - 2p \rightarrow q_{so} = 120 - 2(20) = 80$$

Quando il prezzo è pari al costo marginale il surplus complessivo, pari alla somma del surplus del produttore e del surplus del consumatore, è massimo. Infatti, in questo caso il beneficio marginale derivante dal consumo dell'ultima unità del bene (ovvero il prezzo di mercato) è pari al costo marginale sostenuto per produrre tale unità aggiuntiva. In corrispondenza di tale soluzione il surplus del monopolista è zero (minore del surplus conseguito in corrispondenza della soluzione di monopolio) mentre il surplus dei consumatori è maggiore di quello osservabile in corrispondenza della soluzione di monopolio. Tuttavia, l'aumento del surplus dei consumatori è maggiore della riduzione del surplus del monopolista, e, quindi si osserva un surplus complessivo maggiore.

### Punto 3

Il surplus complessivo in corrispondenza dell'equilibrio in monopolio è pari alla somma dell'area X con l'area Y, mentre il surplus complessivo in corrispondenza della soluzione socialmente ottima è pari alla somma dell'area X, Y e W. L'area W rappresenta la perdita sociale netta in monopolio



### Esercizio 3

La domanda di un bene è la seguente:

$$Q_d = 100 - 4p$$

dove Q è la quantità domandata e p è il prezzo.

L'elasticità della domanda rispetto al prezzo (in valore assoluto) è pari a:

$$|\varepsilon_D| = 4 \frac{P}{Q}$$

Se nel mercato opera una sola impresa, secondo voi è possibile che in corrispondenza dell'equilibrio di mercato la quantità scambiata sia pari ad 80 unità?

### Soluzione esercizio 3

In generale la variazione dei ricavi totale per un'impresa monopolista a seguito di una variazione della quantità prodotta è pari a:

$$\Delta RT = \Delta(pQ) = p\Delta Q + Q\Delta p$$

ovvero:

$$\Delta RT = \Delta(pQ) = p\Delta Q \left( 1 + \frac{Q}{p} \frac{\Delta p}{\Delta Q} \right)$$

Poiché in monopolio la quantità prodotta dal monopolista è pari alla quantità complessiva disponibile per il mercato, e, dato che l'elasticità della funzione di domanda in valore assoluto è pari a:

$$|\varepsilon_D| = \left| \frac{p}{Q} \frac{\Delta Q}{\Delta p} \right|$$

allora risulta che:

$$\Delta RT = \Delta(pQ) = p\Delta Q \left( 1 - \frac{1}{|\varepsilon_D|} \right)$$

Se il monopolista produce 80 unità del bene il prezzo di mercato sarà pari a 5, infatti:

$$80 = 100 - 4p \rightarrow 4p = 20 \rightarrow p = \frac{20}{4} = 5$$

Pertanto, in corrispondenza della quantità prodotta, la domanda di mercato ha una elasticità in valore assoluto pari a 0,25.

Quindi, se in corrispondenza di un livello di produzione pari ad 80 unità il monopolista decida di ridurre di una unità il livello di produzione ( $\Delta Q = -1$ ) i suoi ricavi totali aumentano di 15, infatti:

$$\Delta RT = \Delta(pQ) = 5\Delta Q \left( 1 - \frac{1}{0,25} \right) = 5\Delta Q(-3) = -15\Delta Q = 15$$

Inoltre, se diminuisce la quantità prodotta i suoi costi totali non aumentano. Quindi, il monopolista non produrrà mai 80 unità del bene perché riducendo il livello di produzione può conseguire un profitto maggiore.

In generale, il monopolista non produrrà mai una quantità del bene, in corrispondenza del quale, dato il prezzo di mercato, la funzione di domanda presenta una elasticità in valore assoluto minore dell'unità. Infatti, quando la elasticità della funzione di domanda in valore assoluto è minore di uno il ricavo marginale è negativo e, quindi, non può essere pari al costo marginale dato che quest'ultimo è sempre non negativo.

### Esercizio 4

Il mercato dell'energia elettrica è caratterizzato dalla seguente domanda:  $Q_d = 110 - p$

La tecnologia attualmente disponibile è tale per cui la curva dei costi medi totali ha la seguente struttura:

- se la quantità complessivamente prodotta è non superiore a 100 unità il costo medio totale è pari a:  $Cme=65-0.5Q$
- se la quantità complessivamente prodotta è superiore a 100 unità il costo medio è pari a 12.

I costi marginali della singola impresa (pari al costo medio variabile) sono costanti e pari a 10.

Qualora nel settore vi fosse una singola impresa i suoi ricavi marginali sono pari a:  $RM=110-2Q$ .

- (1) Secondo voi qualora il mercato fosse in concorrenza perfetta in equilibrio sarà prodotta l'energia elettrica?
- (2) Spiegate il perché tale caso rappresenta un esempio standard di "monopolio naturale"

#### Soluzione esercizio 4

##### Punto 1

Se il mercato fosse in concorrenza perfetta allora il prezzo dovrebbe essere pari al costo marginale. Tuttavia se il prezzo è pari a 10 (CM), per qualsiasi livello di produzione, la singola impresa consegue una perdita ( $p < Cme$ ). Pertanto, in corrispondenza dell'equilibrio concorrenziale l'energia elettrica non sarebbe prodotta e il surplus complessivo è pari a zero.

##### Punto 2

Diversamente, qualora sul mercato vi fosse una singola impresa allora la quantità prodotta in equilibrio è positiva. In particolare, il monopolista produce la quantità in corrispondenza del quale il ricavo marginale è pari al costo marginale, ovvero:

$$RM=110-2Q.=10$$

Quindi:

$$Q_M=50$$

e il prezzo di equilibrio (dalla curva di domanda) è pari a:

$$p_M=60$$

Quindi, in questo caso specifico, in corrispondenza dell'equilibrio in monopolio, il surplus complessivo è maggiore del surplus in corrispondenza dell'equilibrio in concorrenza perfetta.

Tale caso rappresenta un esempio di monopolio naturale perché, essendo il costo medio non crescente e sempre maggiore del costo marginale, in corrispondenza dell'equilibrio in monopolio il surplus complessivo è maggiore di quello osservato in corrispondenza dell'equilibrio di concorrenza perfetta dove non si produce il bene.

#### Esercizio 5

Si consideri l'esercizio precedente e si supponga che le autorità decidano di indire un'asta per la concessione del monopolio per la produzione dell'energia elettrica. Nell'ipotesi che

le imprese potenzialmente interessate abbiano la medesima struttura di costo e che l'informazione sia perfetta individuate le possibili soluzioni in corrispondenza delle seguenti strutture di assegnazione della concessione:

- 1) il monopolio sarà assegnato all'impresa che si impegna a vendere il bene al prezzo più basso;
- 2) il monopolio sarà assegnato all'impresa che si impegna a pagare alle autorità la somma più alta.

## Soluzione esercizio 5

### Punto 1.

In questo caso il monopolio sarà assegnato all'impresa che si impegna a vendere il bene al prezzo più basso.

Il prezzo che la singola impresa può proporre non può essere inferiore al costo medio che l'impresa sostiene perché altrimenti l'impresa realizza un profitto negativo. Quindi, il prezzo minimo che la singola impresa può essere disposta ad offrire è pari al prezzo in corrispondenza del quale la curva di domanda interseca il costo medio. Ovvero:

$$(1) C_{me} = 65 - \frac{1}{2}Q = 110 - Q$$

Dalla soluzione della (1) si ottiene che il prezzo minimo è pari al costo medio che l'impresa sostiene in corrispondenza di 90 unità di produzione (la soluzione della (1) è  $Q^*=90$ ). Pertanto il prezzo più basso è pari a 20 e in corrispondenza di tale prezzo l'impresa produce 90 unità del bene.

Poiché le imprese sono uguali allora la singola impresa sa che le imprese rivali possono offrire un prezzo non inferiore a 20. Poiché il monopolio sarà concesso all'impresa che offre il minor prezzo allora un qualunque esito in corrispondenza del quale il prezzo è maggiore di 20 non rappresenta un esito plausibile. Infatti in corrispondenza di un tale esito le imprese che non si sono aggiudicate la concessione avrebbero l'incentivo ad offrire un prezzo minore ma non inferiore a 20.

Quindi l'unico esito plausibile è quello in corrispondenza del quale il monopolio è assegnato all'impresa che si impegna a vendere il bene ad un prezzo pari a 20. Infatti in corrispondenza di tale esito nessuna impresa ha incentivo ad offrire un prezzo più basso perché conseguirebbe una perdita e nessuna impresa ha incentivo ad offrire un prezzo maggiore perché ciò non altererebbe l'esito osservato.

### Punto 2

La somma più alta che la singola impresa può offrire alla collettività è pari al profitto che la singola impresa consegue in corrispondenza del monopolio, ovvero:

$$\pi_M = Q_M (P_M - C_{me}(Q_M)) = 50(60 - 40) = 1.000$$

Quindi, per ottenere la concessione ciascuna impresa è disposta ad offrire una somma massima pari a 1.000.

Poiché le imprese sono simmetriche l'unico esito plausibile è quello in corrispondenza del quale il monopolio è concesso all'impresa che offre alla collettività la somma massima

ovvero 1.000. Infatti, in corrispondenza di un qualsiasi esito diverso esiste l'incentivo per almeno una impresa a modificare unilateralmente la propria proposta.

Naturalmente l'impresa che si è aggiudicata il monopolio avrà convenienza a produrre il livello di produzione di monopolio. Infatti, se produce un diverso livello di produzione, ottiene un profitto, al netto della somma versata alla collettività (1.000), negativo.

Tra le due possibili soluzioni la soluzione migliore per la collettività è quella in corrispondenza del quale il monopolio sia concesso all'impresa che si impegna a vendere il bene ad un prezzo più basso (punto 1).

Infatti nel secondo caso (punto 2) il surplus complessivo è pari a quello osservato in monopolio ma con una diversa distribuzione tra le parti, dove nell'ipotesi che le autorità distribuiscono la somma versata dal monopolista a favore della collettività, il surplus complessivo coincide con il surplus dei consumatori (il surplus del monopolista è nullo). Diversamente, nel primo caso il surplus complessivo è maggiore di quello osservato in monopolio perché il bene sarà venduto ad un prezzo inferiore (20) e la quantità prodotta è maggiore.

## Esercizio 6

Il mercato di un bene è caratterizzato dalla presenza di 10 imprese che operano in concorrenza perfetta. Le funzioni di domanda e di offerta sono rispettivamente:

$$Q_D = 90 - 0.5p$$

$$Q_S = 0.25p$$

Ciascuna impresa potrebbe introdurre una innovazione di processo. Tuttavia l'impresa che introduce l'innovazione di processo sostiene un costo non recuperabile pari a 1000. Inoltre, l'innovazione una volta introdotta può essere imitata senza alcun costo dalle altre imprese. A seguito dell'introduzione dell'innovazione di processo i costi marginali della singola impresa sono pari a:  $CM=q$

- (1) Individuate l'equilibrio in concorrenza perfetta nell'ipotesi che nessuna impresa introduca l'innovazione di processo;
- (2) Individuate l'equilibrio in concorrenza perfetta qualora una singola impresa introduca l'innovazione di processo e dite se tale situazione è realizzabile;
- (3) Sapendo che il ricavo marginale di un monopolista innovatore è pari a  $RM=180-4q$ , dite se esistono i presupposti per l'introduzione dell'istituto del brevetto e motivate la risposta.

## Soluzione esercizio 6

### Punto 1

L'equilibrio in concorrenza perfetta è la coppia prezzo e quantità in corrispondenza del quale la curva di domanda e la curva di offerta si intersecano, ovvero:

$$Q_S = Q_D \rightarrow \frac{1}{4}p = 90 - \frac{1}{2}p \rightarrow \frac{3}{4}p = 90 \rightarrow p_E = 120$$

e la quantità scambiata in equilibrio è pari a 30 unità.

## Punto 2

Se un'impresa introduce l'innovazione di processo allora la curva di offerta del settore cambia. Infatti in questo caso tutte le imprese esistenti sul mercato hanno una curva dei costi marginali pari a  $CM=q$  e, poiché si è in concorrenza perfetta, la curva di offerta della singola impresa è pari a:

$$q_s=p$$

Pertanto la curva di offerta del settore coincide con la somma delle offerte delle singole imprese, poiché le imprese sono uguali, la curva di offerta del settore è la seguente:

$$Q_s=10q_s=10p$$

e il nuovo equilibrio di mercato è la coppia prezzo e quantità in corrispondenza del quale la nuova curva di offerta interseca la curva di domanda, ovvero:

$$Q_s = Q_d \rightarrow 10p = 90 - \frac{1}{2}p \rightarrow \frac{21}{2}p = 90 \rightarrow p_E^* = \frac{180}{21} \cong 8,57$$

e la quantità scambiata è pari a circa 85,7 unità.

Poiché in corrispondenza di tale equilibrio il prezzo è minore e la quantità è maggiore dell'equilibrio precedente allora il surplus complessivo è maggiore del surplus osservato in corrispondenza del precedente equilibrio.

Dato che le imprese sono uguali allora in corrispondenza dell'equilibrio le imprese producono la medesima quantità e la quantità prodotta dalla singola impresa è pari ad un decimo della quantità complessiva, ovvero:

$$q_s^* = 8,57$$

Pertanto i ricavi complessivi della singola impresa sono pari a circa 73,445.

L'impresa innovatrice sostiene un costo non recuperabile pari a 1.000. Quindi in corrispondenza del nuovo equilibrio l'impresa innovatrice consegue una perdita. Ciò implica che tale situazione non è realizzabile perché nessuna impresa avrà incentivo ad introdurre tale innovazione di processo.

## Punto 3

Se le autorità concedessero all'impresa innovatrice il monopolio allora si osserverebbe il seguente equilibrio:

a) la quantità scambiata sul mercato è pari alla quantità in corrispondenza del quale il ricavo marginale del monopolista è uguale al costo marginale, ovvero:

$$CM = RM \rightarrow q = 180 - 4q \rightarrow q_M^* = \frac{180}{5} = 36$$

b) il prezzo di equilibrio è pari al prezzo a cui i consumatori sono disposti ad acquistare la quantità prodotta dal monopolista, ovvero:

$$p_M^* = 180 - 2(36) \rightarrow p_M^* = 108$$

Si osserva che in corrispondenza di tale equilibrio il surplus è maggiore del surplus osservato in corrispondenza dell'equilibrio concorrenziale del punto 1 (il prezzo è minore e la quantità è maggiore). Pertanto esistono i presupposti per l'introduzione dell'istituto del brevetto che assegna momentaneamente il monopolio del bene all'impresa innovatrice. Inoltre, i presupposti per l'introduzione dell'istituto del brevetto sussistono anche quando l'equilibrio in corrispondenza del monopolio conduca ad una riduzione del surplus rispetto alla soluzione in concorrenza perfetta senza innovazione. Tuttavia in questo caso è opportuno ridurre l'intervallo di tempo coperto dal brevetto in modo tale che non disincentivi l'impresa ad introdurre l'innovazione, e, assicurarsi che, a seguito, della decadenza del brevetto, il mercato sia caratterizzato da un regime perfettamente concorrenziale dove tutte le imprese possono liberamente impiegare l'innovazione di processo.

## Soluzioni relative alla esercitazione del 29 aprile 2008

### Esercizio 1

Siano Alfa e Beta due imprese che producono il medesimo prodotto. La domanda del bene è la seguente:

$$Q = 40 - 2p$$

dove  $Q$  è la quantità domandata e  $p$  è il prezzo.

Entrambe le imprese hanno costi marginali costanti pari a 8 (il costo marginale coincide con il costo medio). Ciascuna impresa determina la quantità da produrre e ritiene che la concorrente non modifichi la quantità prodotta qualunque sia la quantità che l'impresa ha deciso di produrre.

- 1) Scrivete le funzioni di profitto di ciascuna impresa;
- 2) L'impresa Alfa ha il seguente ricavo marginale:  $MR_A = (20 - 0.5q_B) - q_A$ . Determinare il prezzo di mercato e la quantità prodotta dall'impresa Alfa quando tale impresa è monopolista (l'impresa Beta produce una quantità pari a zero);
- 3) L'impresa Beta osserva la quantità prodotta dall'impresa Alfa e decide di entrare nel mercato. Il suo ricavo marginale è pari a  $MR_B = (20 - 0.5q_A) - q_B$ . Determinare la quantità prodotta dall'impresa Beta e il prezzo di mercato. Secondo voi tale prezzo e tale quantità complessiva possono costituire un possibile equilibrio del mercato?
- 4) Individuate le due curve di reazione, le quantità prodotta da ciascuna impresa e il prezzo di mercato in corrispondenza dell'equilibrio di Cournot.

### Soluzione esercizio 1

#### Punto 1

La funzione di profitto dell'impresa Alfa (A) e dell'impresa Beta (B) sono le seguenti:

$$\pi_A = pq_A - 8q_A \rightarrow \pi_A = \left(20 - \frac{Q}{2}\right)q_A - 8q_A \rightarrow \pi_A = \left(20 - \frac{q_B}{2} - \frac{q_A}{2}\right)q_A - 8q_A$$

$$\pi_B = pq_B - 8q_B \rightarrow \pi_B = \left(20 - \frac{Q}{2}\right)q_B - 8q_B \rightarrow \pi_B = \left(20 - \frac{q_B}{2} - \frac{q_A}{2}\right)q_B - 8q_B$$

Pertanto il profitto dell'impresa A dipende dalla quantità prodotta dall'impresa B e il profitto dell'impresa B dipende dalla quantità prodotta dall'impresa A. Quindi, poiché la decisione economica di ciascuna impresa dipende direttamente dalla quantità prodotta dall'impresa concorrente allora in duopolio ciascun impresa non può individuare la quantità del bene che massimizza i suoi profitti senza formulare ipotesi sulla quantità che sarà prodotta dall'altra impresa. Ciò indica che le imprese operano in un contesto di interazione strategica e che la quantità complessiva prodotta da ciascuna impresa in corrispondenza di un possibile equilibrio dipende dal tipo di aspettative che ciascuna impresa formula sul comportamento dell'impresa rivale.

### Punto 2

La quantità prodotta dall'impresa Alfa, sotto le ipotesi del problema, si trova risolvendo il seguente sistema:

$$\begin{cases} MR_A = MC_A \\ q_B = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 20 - \frac{q_B}{2} - q_A = 8 \\ q_B = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 20 - q_A = 8 \\ q_B = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} q_A = 12 \\ q_B = 0 \end{cases}$$

Data la quantità complessiva prodotta dall'unica impresa sul mercato il prezzo è individuato dalla funzione di domanda, ovvero;

$$\begin{cases} p = 20 - \frac{Q}{2} \\ Q = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} p = 14 \\ Q = 12 \end{cases}$$

### Punto 3

La quantità prodotta dall'impresa Beta, sotto le ipotesi del problema, si trova risolvendo il seguente sistema:

$$\begin{cases} MR_B = MC_B \\ q_A = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 20 - \frac{q_A}{2} - q_B = 8 \\ q_A = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 20 - 6 - q_B = 8 \\ q_A = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} q_B = 6 \\ q_B = 12 \end{cases}$$

La quantità complessiva eventualmente prodotta è pari a 18 e il prezzo di mercato (eventuale) è pari a 11. Tale prezzo e tale quantità non possono costituire un equilibrio di mercato perché quando l'impresa Alfa osserva che l'impresa Beta produce 6 unità del bene, l'impresa Alfa non massimizza i suoi profitti producendo 12 unità del bene. Pertanto, data la quantità prodotta dall'impresa Beta l'impresa Alfa ha incentivo a produrre una quantità diversa da 12.

### Punto 4

La curva di reazione (o funzione di risposta ottima) dell'impresa Alfa si trova uguagliando il ricavo marginale dell'impresa Alfa al costo marginale qualunque sia la quantità prodotta dall'impresa Beta. Ovvero:

$$MR_A = MC_A \rightarrow 20 - \frac{q_B}{2} - q_A = 8 \rightarrow q_A = 12 - \frac{1}{2}q_B$$

La curva di reazione di una impresa indica la quantità che consente all'impresa di massimizzare i suoi profitti data la quantità prodotta dall'impresa rivale.

Procedendo in modo simile per l'impresa Beta si trova la sua curva di reazione, ovvero:

$$MR_B = MC_B \rightarrow 20 - \frac{q_A}{2} - q_B = 8 \rightarrow q_B = 12 - \frac{1}{2}q_A$$

In corrispondenza dell'equilibrio di Cournot, ciascuna impresa non ha incentivo a modificare la quantità prodotta, data la quantità prodotta dall'impresa concorrente. Pertanto, l'equilibrio di Cournot coincide con l'intersezione delle due curve di reazione, ovvero:

$$\begin{cases} q_A = 12 - \frac{1}{2}q_B \\ q_B = 12 - \frac{1}{2}q_A \end{cases} \rightarrow \begin{cases} q_A = 12 - \frac{1}{2}\left(12 - \frac{1}{2}q_A\right) \\ q_B = 12 - \frac{1}{2}q_A \end{cases} \rightarrow \begin{cases} q_A = 12 - 6 + \frac{1}{4}q_A \\ q_B = 12 - \frac{1}{2}q_A \end{cases} \rightarrow \begin{cases} q_A - \frac{1}{4}q_A = 6 \\ q_B = 12 - \frac{1}{2}q_A \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{3}{4}q_A = 6 \\ q_B = 12 - \frac{1}{2}q_A \end{cases} \rightarrow \begin{cases} q_A = 8 \\ q_B = 12 - \frac{1}{2}q_A \end{cases} \rightarrow \begin{cases} q_A = 8 \\ q_B = 12 - \frac{1}{2} \cdot 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} q_A = 8 \\ q_B = 8 \end{cases}$$

In corrispondenza dell'equilibrio di Cournot ciascuna impresa produce 8 unità del bene e il prezzo di equilibrio è 12 ( $Q=16$  e  $p=20-0,5Q$ ).

## Esercizio 2

Si consideri un mercato duopolistico dove le due imprese competono sulla quantità. Supponiamo che le due imprese possono produrre solo le seguenti quantità: 1,3,4. La tabella sottostante illustra i profitti dell'impresa A (primo numero) e dell'impresa B (secondo numero) in corrispondenza dei possibili livelli produttivi. Se le due imprese decidono di costituire un cartello quale sarà il livello di produzione eventualmente scelto? Secondo voi tale situazione è realizzabile?

impresa A; impresa B	$q_B=1$	$q_B=3$	$q_B=4$
$q_A=1$	20 ; 20	16 ; 48	14 ; 56
$q_A=3$	48 ; 16	36 ; 36	30 ; 40
$q_A=4$	56 ; 14	40 ; 30	32 ; 32

## Soluzione esercizio 2

Se le due imprese costituiscono un cartello allora cercheranno di produrre la quantità in corrispondenza del quale il profitto congiunto ( $\pi = \pi_A + \pi_B$ ) è massimo. Dalla tabella dei profitti possiamo calcolarci il profitto congiunto in corrispondenza di ogni possibile combinazione di quantità prodotte, ovvero:

### Tabella dei profitti congiunti

impresa A; impresa B	$q_B=1$	$q_B=3$	$q_B=4$
$q_A=1$	40	64	70
$q_A=3$	64	72	70
$q_A=4$	70	70	64

Dalla tabella si deduce che il profitto congiunto è massimo se ogni impresa produce tre unità. Tuttavia un accordo del genere non è sostenibile. Infatti, essendo la singola impresa interessata esclusivamente al proprio profitto, ciascuna impresa, nell'ipotesi che la rivale sia fedele all'accordo, è incentivata a produrre una quantità maggiore (4), perché ciò le consente di percepire un maggiore profitto (40 contro 36).

L'unico esito plausibile è quello in corrispondenza del quale ciascuna impresa produce 4 unità. Infatti, in corrispondenza di tale profilo, ogni impresa non è incentivata a modificare

la propria scelta data la quantità prodotta dall'impresa concorrente. Quindi il profilo ( $q_A=4; q_B=4$ ) corrisponde all'equilibrio di Cournot-Nash. Si osserva che per ciascuna impresa la strategia che richiede la produzione di una sola unità è dominata in senso stretto dalla strategia in corrispondenza del quale l'impresa (A o B) produce tre unità. Quindi poiché i giocatori sono razionali e ciò è conoscenza comune, allora la strategia  $q_A=1$  e la strategia  $q_B=1$  possono essere eliminate.

Quindi il gioco si riduce a:

impresa A; impresa B	$q_B=3$	$q_B=4$
$q_A=3$	36 ; 36	30 ; 40
$q_A=4$	40 ; 30	32 ; 32

Si osserva che dopo aver eliminato la strategia  $q_A=1$  e la strategia  $q_B=1$  la strategia che richiede la produzione di tre unità è per ogni impresa dominata in senso stretto dalla strategia in corrispondenza del quale l'impresa produce quattro unità. Quindi sia la strategia  $q_A=3$  e la strategia  $q_B=3$  possono essere eliminate.

Pertanto l'unico equilibrio di Nash del gioco può essere spiegato attraverso l'eliminazione iterata delle strategie dominate in senso stretto.

### Esercizio 3

Nel mercato operano due imprese che producono il medesimo bene. Entrambe le imprese sono in grado di soddisfare la domanda di mercato in corrispondenza di un qualsiasi livello di prezzo. Le due imprese sostengono il medesimo costo marginale. Il costo marginale è costante e pari a 4 (coincide con il costo medio).

Il mercato presenta la seguente funzione di domanda:

$$Q = 60 - p$$

Le due imprese competono sul prezzo ed entrambe formulano aspettative alla Bertrand sul comportamento strategico della concorrente. Si considerano le seguenti possibilità:

- 1) Le due imprese praticano i seguenti prezzi:  $p_1=10$  e  $p_2=6$ . Secondo voi, tale coppia di prezzi può costituire una coppia di prezzi di equilibrio?
- 2) Le due imprese praticano i seguenti prezzi:  $p_1=3$  e  $p_2=6$ . Secondo voi, tale coppia di prezzi può costituire una coppia di prezzi di equilibrio?
- 3) Individuate la coppia di prezzi di equilibrio e la quantità complessiva prodotta.

### Soluzione esercizio 3

#### Punto 1

In corrispondenza della coppia ( $p_1=10; p_2=6$ ), l'impresa 1 poiché pratica il prezzo più elevato non venderà nulla e consegnerà un profitto nullo, mentre l'impresa 2 soddisfa la domanda di mercato, pari a 54, e consegnerà un profitto pari a 108. Pertanto, l'impresa 1, dato che ritiene che l'impresa rivale non modificherà il proprio prezzo, sarà incentivata a ridurre il proprio prezzo al fine di conseguire un profitto positivo. Dato il prezzo praticato dall'impresa 2, l'impresa 1 ottiene un profitto positivo solo se fissa un prezzo inferiore a quello praticato dall'impresa 2 e superiore ai suoi costi marginali (ad esempio  $p_1=5$ ). Quindi la coppia di prezzi  $p_1=10$  e  $p_2=6$  non può costituire una coppia di prezzi di

equilibrio perché, dato il prezzo praticato dall'impresa 2, l'impresa 1 ha l'incentivo a fissare un prezzo inferiore di 6 e maggiore del suo costo marginale.

### Punto 2

In corrispondenza della coppia data dei prezzi, l'impresa 2 consegue un profitto nullo, mentre l'impresa 1, poiché pratica un prezzo inferiore al suo costo marginale, registra una perdita. Pertanto, dato il prezzo fissato dall'impresa 2, l'impresa 1 è incentivata a fissare un prezzo diverso da 3, ma, tale per cui l'impresa 1 consegua un profitto positivo. Dato il prezzo praticato dall'impresa 2, l'impresa 1 ottiene un profitto positivo solo se fissa un prezzo inferiore a quello praticato dall'impresa 2 e superiore ai suoi costi marginali (ad esempio  $p_1=5$ ). Quindi la coppia di prezzi  $p_1=3$  e  $p_2=6$  non può costituire una coppia di equilibrio.

### Punto 3

L'unica coppia di prezzi di equilibrio è quella coppia in corrispondenza del quale nessuna impresa, dato il prezzo fissato dall'impresa rivale, ha incentivo a variare il proprio prezzo. Pertanto, in corrispondenza della coppia di prezzi di equilibrio nessuna impresa, dato il prezzo praticato dall'impresa rivale, deve avere:

- l'incentivo ad abbassare ulteriormente il proprio prezzo;
- l'incentivo ad aumentare il proprio prezzo;

Quindi, se entrambi i prezzi fissati dalle due imprese sono maggiori del costo marginale allora almeno una delle due imprese ha incentivo ad abbassare ulteriormente il proprio prezzo. Se almeno uno dei due prezzi è minore del costo marginale allora l'impresa ha l'incentivo ad aumentare il proprio prezzo. In conclusione, poiché le imprese sostengono il medesimo costo marginale, l'unica coppia di prezzi di equilibrio è  $p_1=4$  e  $p_2=4$  e le due imprese si suddivideranno il mercato. Poiché la quantità complessiva domandata in corrispondenza di  $p=4$  è pari a 56 allora ciascuna impresa produrrà in corrispondenza dell'equilibrio 28 unità del bene.

Pertanto, sotto le ipotesi del problema, la presenza sul mercato di due imprese è sufficiente affinché sul mercato si determini la soluzione socialmente ottima (prezzo uguale al costo marginale).

### **Esercizio 4**

Nella città di Rio vi sono 2 pasticcerie. Ciascuna pasticceria sostiene un costo marginale pari a 6 euro. La domanda di dolci ha una elasticità al prezzo costante ed è pari a 2. Le due pasticcerie competono alla Cournot.

- 1) Individuate il prezzo in corrispondenza dell'equilibrio di Cournot.
- 2) Individuate il prezzo in corrispondenza dell'equilibrio di Cournot qualora entrano sul mercato altre tre pasticcerie identiche a quelle già presenti ( Il numero di pasticcerie presenti sul mercato è pari a 5).
- 3) Individuate il prezzo in corrispondenza dell'equilibrio di Cournot quando nel mercato vi sono 10 pasticcerie identiche

## Soluzione esercizio 4

In generale, in oligopolio il ricavo marginale della singola impresa  $i$  è pari a:

$$MR_i = p \left[ 1 + \frac{q \Delta p}{p \Delta q} \right]$$

dove  $q$  è la quantità prodotta dalla singola impresa.

Quando le imprese competono alla Cournot, ciascuna impresa ritiene che quando varia il proprio livello di produzione le imprese concorrenti mantengono inalterata la loro produzione. Pertanto, la singola impresa crede che la quantità complessiva varia solo a causa della variazione del proprio livello di produzione (ovvero  $\Delta q = \Delta Q$ ).

In corrispondenza dell'equilibrio di Cournot con  $n$  imprese uguali, risulta che:

- ciascuna impresa formula congetture alla Cournot sul comportamento delle imprese avversarie;
- le congetture formulate dalla singola impresa risultano corrette;
- il ricavo marginale della singola impresa è uguale al costo marginale
- ciascuna impresa produce la stessa quantità del bene ( $q^*$ ).
- la quantità complessivamente prodotta è pari al prodotto tra  $q^*$  e il numero di imprese presenti sul mercato.

Quindi in corrispondenza dell'equilibrio di Cournot il ricavo marginale della singola impresa è pari a:

$$MR_i = p \left[ 1 + \frac{q \Delta p}{p \Delta q} \right] = p \left[ 1 + \frac{q \Delta p}{p \Delta Q} \right] = p \left[ 1 + \frac{q Q \Delta p}{p Q \Delta Q} \right] = p \left[ 1 - \frac{q}{Q} \frac{1}{|\varepsilon_D|} \right]$$

ovvero:

$$MR_i = p \left[ 1 - \frac{q}{Q} \frac{1}{|\varepsilon_D|} \right] = p \left[ 1 - \frac{1}{n} \frac{1}{|\varepsilon_D|} \right] = MC$$

dove  $(1/n)$  è la quota di mercato detenuta dalla singola impresa in corrispondenza dell'equilibrio.

Inoltre, la elasticità della funzione di domanda della singola impresa in corrispondenza dell'equilibrio è pari a:

$$|\varepsilon_{D_s}| = n |\varepsilon_D|$$

Pertanto all'aumentare del numero delle imprese sul mercato, l'elasticità della funzione di domanda della singola impresa in corrispondenza dell'equilibrio aumenta.

In conclusione, in corrispondenza dell'equilibrio di Cournot con  $n$  imprese uguali, il prezzo è pari a:

$$p = MC \left[ \frac{n |\varepsilon_D|}{n |\varepsilon_D| - 1} \right]$$

e la differenza tra il prezzo e il costo marginale è pari a:

$$p - MC = MC \left[ \frac{n|\varepsilon_D|}{n|\varepsilon_D| - 1} \right] - MC = MC \left[ \frac{1}{n|\varepsilon_D| - 1} \right]$$

Quindi al crescere del numero delle imprese la differenza tra il prezzo di equilibrio di Cournot e il costo marginale diminuisce.

### Punto 1

Se sul mercato vi sono due imprese uguali con un costo marginale pari a 6 e la curva di domanda presenta una elasticità in valore assoluto costante e pari a 2, allora il prezzo di equilibrio sarà pari:

$$MR_i = p \left[ 1 - \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right] = 6 \rightarrow p \left[ 1 - \frac{1}{4} \right] = 6 \rightarrow p \frac{3}{4} = 6 \rightarrow p = 8$$

### Punto 2

Se sul mercato vi sono 5 imprese uguali con un costo marginale di 6, il prezzo di equilibrio sarà pari a:

$$MR_i = p \left[ 1 - \frac{1}{5} \frac{1}{2} \right] = 6 \rightarrow p \left[ 1 - \frac{1}{10} \right] = 6 \rightarrow p \frac{9}{10} = 6 \rightarrow p = \frac{20}{3} = 6,666$$

### Punto 3

Se sul mercato vi sono 10 imprese uguali con un costo marginale pari a 6, il prezzo di equilibrio sarà pari a:

$$MR_i = p \left[ 1 - \frac{1}{10} \frac{1}{2} \right] = 6 \rightarrow p \left[ 1 - \frac{1}{20} \right] = 6 \rightarrow p \frac{19}{20} = 6 \rightarrow p = 6 \frac{20}{19} = 6,316$$

Quindi all'aumentare del numero delle imprese il prezzo di equilibrio di Cournot tende verso il costo marginale.

## Soluzioni relative alla esercitazione del 6 Maggio 2008

### Esercizio 1

L'impresa A produce prodotti chimici ed opera in un mercato perfettamente concorrenziale. Il prezzo del bene prodotto è pari a 20. L'impresa ha un costo marginale pari a  $4q$ , dove  $q$  è la quantità prodotta.

Tuttavia l'attività dell'impresa crea inquinamento all'impresa agricola B ed il danno marginale subito dall'impresa B è  $q$ .

- 1) Determinate la quantità prodotta dall'impresa A in concorrenza perfetta ed evidenziate graficamente il surplus complessivo derivante dalla produzione.
- 2) Determinate la quantità socialmente ottima ed evidenziate il surplus complessivo derivante dalla produzione. Spiegate il perché la quantità socialmente ottima non corrisponde alla quantità prodotta in concorrenza perfetta.
- 3) Supponete che il mercato sia costituito da 20 imprese chimiche (A) e che il danno marginale complessivo subito dalla società è pari a  $2Q$ . La funzione di domanda è pari a  $Q_d = 120 - p$ . Individuate l'equilibrio in concorrenza perfetta e l'equilibrio socialmente ottimo ed illustrate il surplus complessivo nei due casi.

### Soluzione esercizio 1

#### Punto 1

Poiché l'impresa A opera in un mercato perfettamente concorrenziale in corrispondenza dell'equilibrio in concorrenza perfetta il prezzo (20) è uguale al costo marginale ( $4q$ ). Pertanto la quantità prodotta in concorrenza perfetta è pari 5. Tuttavia l'attività dell'impresa A crea un danno all'impresa B. In presenza di esternalità negativa il costo marginale sociale non coincide più con il solo costo marginale privato ma è pari alla somma tra quest'ultimo e il danno marginale causato all'impresa B.

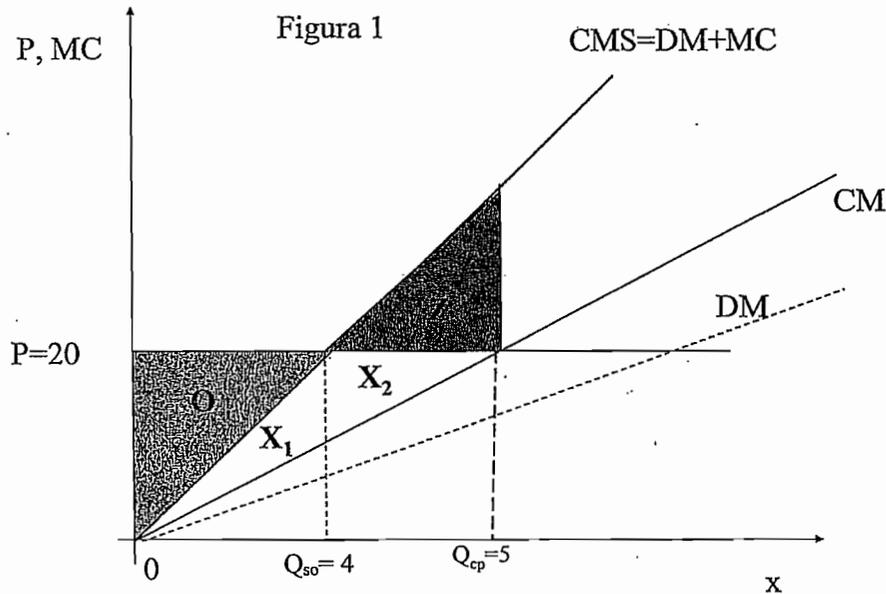
L'impresa A, dalla vendita della quantità prodotta, ottiene un surplus pari alla somma dell'area **O** con l'area **X<sub>1</sub>** e l'area **X<sub>2</sub>**. L'impresa B, dalla produzione di 5 unità di prodotto subisce un danno pari alla differenza tra il costo sociale e il costo privato. Tale danno è misurato dall'area compresa tra il costo marginale sociale e il costo marginale privato in corrispondenza della quantità prodotta dall'impresa A. Pertanto il danno complessivo subito dall'impresa B è uguale alla somma dell'area **X<sub>1</sub>** con l'area **X<sub>2</sub>** e l'area **Z**. Quindi il surplus complessivo derivante dalla produzione dell'impresa A coincide con la differenza tra il surplus dell'impresa A e il danno subito dall'impresa B. Graficamente il surplus complessivo derivante dalla produzione dell'impresa A coincide con la differenza tra l'area **O** e l'area **Z**.

#### Punto 2

In corrispondenza della soluzione socialmente ottima il prezzo (misura del beneficio marginale), pari a 20 deve essere uguale al costo marginale sociale che corrisponde alla somma tra il costo marginale privato e il danno marginale subito dall'impresa B ( $4q+q=5q$ ). Pertanto la quantità in corrispondenza del quale il surplus complessivo derivante dalla produzione è massimo è uguale a 4. In corrispondenza di tale quantità l'impresa A ottiene un surplus pari alla somma dell'area **O** con l'area **X<sub>1</sub>**. L'impresa B, dalla produzione di 4 unità di prodotto subisce un danno pari alla differenza tra il costo sociale e il costo privato

e, graficamente, coincide con l'area  $X_1$ . Pertanto il surplus sociale complessivo è pari all'area  $O$ .

Il grafico sottostante (figura 1) evidenzia le componenti del surplus sociale in corrispondenza delle due soluzioni.



### Punto 3

Prima di individuare l'equilibrio di mercato è necessario individuare la curva di offerta. La curva di offerta della singola impresa si ottiene dalla condizione di ottimalità della singola impresa in concorrenza perfetta, ovvero:

$$CM = 4q = p \rightarrow q_s = \frac{1}{4} p$$

Poiché sul mercato vi sono 20 imprese uguali, allora la curva di offerta complessiva è pari a:

$$Q_s = 20q_s = 5p$$

L'equilibrio di concorrenza perfetta corrisponde alla coppia prezzo e quantità in corrispondenza del quale la curva di domanda interseca la curva di offerta, ovvero:

$$Q_s = Q_d \rightarrow 5p = 120 - p \rightarrow 6p = 120 \rightarrow p_E = 20$$

e la quantità scambiata è pari a 100.

Il surplus complessivo in corrispondenza dell'equilibrio competitivo è pari alla differenza tra l'area  $(W_1+W_2+K_1)$  e l'area  $Z$  (figura 2).

In particolare, in corrispondenza della soluzione di concorrenza perfetta:

- il surplus complessivo dei consumatori è pari all'area  $(W_1+W_2+W_3+W_4)$ .
- il surplus dei produttori è pari all'area  $(K_1+K_2+K_3)$ .
- il danno complessivo subito dalla collettività è pari all'area  $(K_2+K_3+W_3+W_4+Z)$ .

Il surplus complessivo è pari alla somma tra il surplus dei consumatori e il surplus dei produttori al netto del danno complessivo subito dalla collettività.

L'equilibrio socialmente ottimo corrisponde alla coppia prezzo e quantità in corrispondenza del quale il costo marginale sociale è pari al beneficio marginale dell'ultima unità consumata del bene

Il beneficio marginale coincide con il prezzo massimo che i consumatori sono disposti a pagare per acquistare una unità addizionale del bene e, quindi, coincide, in corrispondenza della quantità consumata, al prezzo sulla curva di domanda.

In presenza di esternalità negativa il costo marginale sociale è pari alla somma tra il costo marginale privato, che corrisponde al prezzo sulla curva di offerta, e il danno marginale. Quindi nel nostro caso il costo marginale sociale è pari a:

$$CMS = \frac{Q}{5} + 2Q = \frac{11}{5}Q$$

L'equilibrio socialmente ottimo è individuato dal punto di intersezione tra la curva del CMS e il prezzo della domanda, ovvero:

$$CMS = p_d \rightarrow \frac{11}{5}Q = 120 - Q \rightarrow \frac{16}{5}Q = 120 \rightarrow Q_{so} = 37,5$$

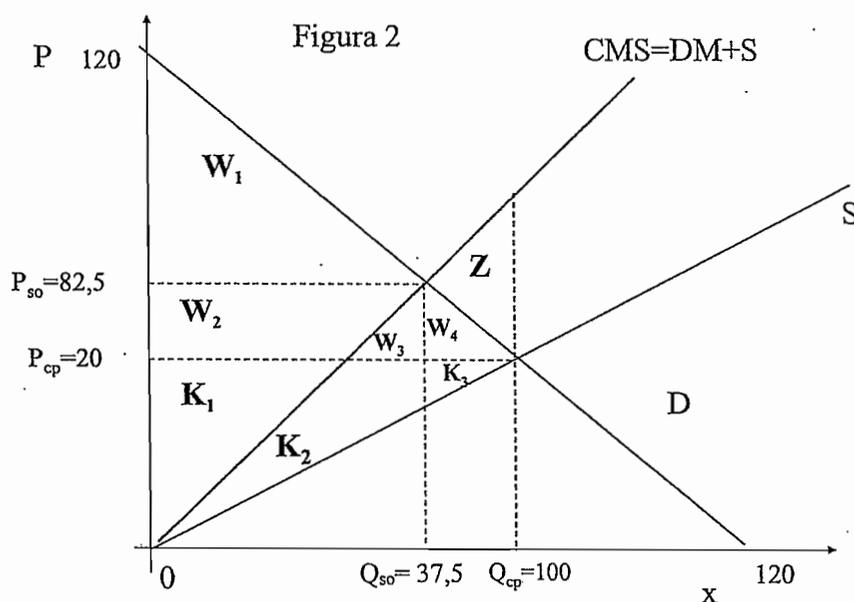
e il prezzo in corrispondenza della soluzione socialmente ottima è pari a 82,5

Si osserva che in presenza di esternalità negativa in corrispondenza della soluzione socialmente ottima la quantità prodotta del bene è minore della quantità prodotta in corrispondenza della soluzione di concorrenza perfetta.

Il surplus complessivo è pari all'area  $(W_1+W_2+K_1)$  della figura 2.

In particolare, in corrispondenza della soluzione socialmente ottima:

- il surplus complessivo dei consumatori è pari all'area  $W_1$ .
- il surplus dei produttori è pari all'area  $(K_1+K_2+W_2+W_3)$ .
- il danno complessivo subito dalla collettività è pari all'area  $(K_2+W_3)$ .



## Esercizio 2

Si consideri l'esercizio precedente e si supponga che il Governo desideri che si realizzi sul mercato la soluzione socialmente ottima. Individuate il livello dell'imposta che consentirebbe il realizzarsi della soluzione ottima qualora il Governo fosse completamente informato sulle caratteristiche del mercato.

### Soluzione esercizio 2

Se il Governo desidera che si realizzi sul mercato la soluzione socialmente ottima può introdurre una imposta sulla singola unità prodotta. Affinché tale intervento permetta effettivamente il conseguimento della soluzione ottima il livello dell'imposta unitaria deve essere pari al danno marginale subito dalla collettività in corrispondenza della soluzione socialmente ottima, ovvero:

$$\tau = DM(37,5) = 2(37,5) = 75$$

L'introduzione dell'imposta sulla singola unità di produzione obbliga i produttori ad internalizzare l'esternalità negativa che la loro attività di produzione crea a danno della collettività

## Esercizio 3

Si consideri l'esercizio 1 e si supponga che l'impresa A e l'impresa B possano sottoscrivere accordi senza sostenere alcun costo di transazione. Illustrate la soluzione proposta da Coase al problema dell'esternalità nell'ipotesi che il regime legale attribuisca all'impresa A il diritto a proseguire la propria attività e nell'ipotesi che il regime legale attribuisca all'impresa B il diritto a non subire il danno causato dall'impresa A.

### Soluzione esercizio 3

Nell'ipotesi che il regime legale attribuisca all'impresa A il diritto a proseguire la propria attività, in assenza di relazioni contrattuali tra le parti, l'impresa A produce il livello di produzione che le consente, dato il prezzo di mercato, di massimizzare i propri profitti, ovvero  $Q=5$  (soluzione competitiva figura 1). Indichiamo con  $\pi_{cp}$  i profitti conseguiti dall'impresa A in corrispondenza della soluzione competitiva.

Tuttavia in corrispondenza di tale soluzione il profitto marginale (differenza tra il prezzo e il costo marginale) è pari a zero e, quindi, è inferiore al danno marginale.

Ciò significa che, qualora l'impresa A riduca leggermente il livello di produzione l'impresa B ottiene un beneficio addizionale (minor danno marginale) maggiore della riduzione dei profitti dell'impresa A. Pertanto, poiché il beneficio addizionale dell'impresa B è maggiore della riduzione dell'impresa A allora l'impresa B può proporre all'impresa A di ridurre il livello di produzione dietro il corrispettivo di una somma che non disincentivi l'impresa A, ad accettare la proposta.

Si osserva che ciò è sempre vero in corrispondenza di un livello di produzione maggiore del livello socialmente ottimo ( $Q_{so}$ ) e minore del livello di concorrenza perfetta ( $Q_{cp}$ ). Pertanto un qualsiasi accordo che prevede, dietro opportuno corrispettivo a favore

dell'impresa A, un livello di produzione maggiore di quello socialmente ottimo e minore di quello in concorrenza perfetta è un accordo non pareto efficiente perché esiste un altro accordo in corrispondenza del quale almeno una parte migliore e l'altra parte non peggiore.

In conclusione l'unico accordo pareto efficiente è quello che prevede che l'impresa A produca un livello di produzione pari a quello socialmente ottimo e riceva dall'impresa B un corrispettivo S tale che:

$$\begin{aligned}\pi_{so} + S &\geq \pi_{cp} \\ DT(Q_{so}) + S &\leq DT(Q_{cp})\end{aligned}$$

dove DT(.) indica il danno totale subito dall'impresa B in corrispondenza di una data quantità prodotta.

Pertanto:

$$\pi_{cp} - \pi_{so} \leq S \leq DT(Q_{cp}) - DT(Q_{so})$$

Nell'ipotesi che il regime legale attribuisca all'impresa B il diritto a non subire alcun danno, in assenza di relazioni contrattuali tra le parti, l'impresa A non produce e l'impresa B non sopporta alcun danno.

Tuttavia in corrispondenza di tale soluzione il danno marginale è pari a zero e, quindi, è inferiore al profitto marginale che è pari a 20.

Ciò significa che, qualora l'impresa A aumenti leggermente il livello di produzione, l'impresa A ottiene un beneficio addizionale maggiore del danno marginale subito dall'impresa B. Pertanto, poiché il beneficio addizionale dell'impresa A è maggiore del danno marginale dell'impresa B allora l'impresa A può proporre all'impresa B di aumentare il livello di produzione dietro il corrispettivo di una somma tale che non disincentivi l'impresa B ad accettare la proposta.

Si osserva che ciò è sempre vero in corrispondenza di un livello di produzione minore del livello socialmente ottimo ( $Q_{so}$ ).

Pertanto un qualsiasi accordo che prevede, dietro opportuno corrispettivo a favore dell'impresa B, un livello di produzione maggiore di zero e minore di quello socialmente è un accordo non pareto efficiente perché esiste un altro accordo in corrispondenza del quale almeno una parte migliore e l'altra parte non peggiore.

In conclusione l'unico accordo pareto efficiente è quello che prevede che l'impresa A produca un livello di produzione pari a quello socialmente ottimo e che l'impresa B riceve un corrispettivo S tale che:

$$\begin{aligned}\pi_{so} - S &\geq 0 \\ S - DT(Q_{so}) &\geq 0\end{aligned}$$

dove DT(.) indica il danno totale subito dall'impresa B in corrispondenza di una data quantità prodotta.

Pertanto:

$$DT(Q_{so}) \leq S \leq \pi_{so}$$

Si osserva che in assenza di costi di transazione:

- al variare del regime legale l'esito finale osservato non cambia e, quindi, non cambia il surplus complessivo;

- qualunque sia il regime legale il surplus complessivo in corrispondenza dell'esito finale è pari al surplus socialmente ottimo;
- in corrispondenza dell'esito finale l'esternalità negativa è internalizzata attraverso una relazione contrattuale dalla parte a cui il regime legale non attribuisce alcun diritto;
- al variare del regime legale cambia la distribuzione del surplus complessivo tra le due parti.

#### Esercizio 4

Lo studio del medico Casadei è accanto alla Pasticceria Fiore.

Recentemente l'attività della pasticceria è aumentata e, quindi, ha acquistati nuovi macchinari che vengono impiegati anche nelle ore diurne. Il rumore causato dai macchinari non permette al medico di svolgere la propria attività.

Il profitto del medico è pari a 80 e il profitto del pasticciere è pari a 50. Inoltre il costo per insonorizzare i locali della pasticceria è pari a 10, mentre il costo che sosterebbe il medico per spostare l'ambulatorio è pari a 20. Si considerino i seguenti casi:

- 1) Il regime legale riconosce la pasticceria responsabile e pertanto dovrebbe chiudere se il medico le fa causa. I due soggetti possono comunque trovare un accordo. Qual è l'accordo che consente il risultato sociale migliore?
- 2) Il regime legale riconosce alla pasticceria il diritto di proseguire l'attività. Come possono le parti pervenire al risultato sociale migliore?

#### Soluzione esercizio 4

La tabella sottostante illustra l'insieme dei possibili esiti dove le righe indicano le strategie del medico e le colonne rappresentano le strategie della pasticceria:

	Insonorizzare	Non insonorizzare
Trasferirsi	60 ; 40	60 ; 50
Non trasferirsi	80 ; 40	0 ; 50

Tra i quattro possibili esiti i due esiti Pareto Efficienti sono:

a) (T;NS) in corrispondenza del quale il medico sposta l'ambulatorio e il pasticciere non insonorizza. In questo caso il profitto ( $\pi_m$ ) del medico è pari a 60 e il profitto del pasticciere,  $\pi_p$ , è pari a 50. Il profitto complessivo è 110.

b) (NT;I) in corrispondenza del quale il pasticciere insonorizza i locali e il medico non sposta l'ambulatorio. In questo caso il profitto del medico è pari a 80 e il profitto del pasticciere è pari a 40. Il profitto complessivo è 120.

La soluzione socialmente ottima è la soluzione (b) dove è massimo il profitto complessivo.

#### Punto 1

In assenza di alcun accordo il pasticciere sarebbe costretto ad insonorizzare i locali e il suo profitto netto risulterebbe pari a 40 e il profitto complessivo sarebbe uguale a 120. Pertanto in assenza di alcuna relazione contrattuale si realizza l'esito socialmente ottimo (NT;I). Poiché lo status quo (esito senza relazioni contrattuali) coincide con la soluzione

socialmente ottima non esistono le condizioni per un accordo reciprocamente vantaggioso che comporta un esito diverso. Infatti il pasticciere potrebbe non insonorizzare solo se il medico trasferisce il proprio ambulatorio. Tuttavia, poiché in assenza di alcun accordo il profitto del medico è pari a 80, il medico è disposto a trasferirsi solo se il pasticciere gli rimborsa almeno i costi di trasloco. Ma, il premio minimo richiesto dal medico per traslocarsi è maggiore del costo di insonorizzazione. Quindi non esistono le condizioni affinché si determini una relazione contrattuale tra le due parti. Si sottolinea che l'esito (b) si realizza non perché il regime legale la determini ma perché l'esito (b) corrisponde alla soluzione socialmente ottima del problema.

## Punto 2

Il assenza di relazioni contrattuali tra le parti e dato il regime legale esistente si realizza l'esito (a) che prevede il trasferimento del medico e la non insonorizzazione dei locali della pasticceria. In corrispondenza di tale esito il profitto del medico è pari a 60 e il profitto della pasticceria è pari a 50. Tuttavia esistono le condizioni affinché tra le parti si realizzano accordi contrattuali che conducono ad un esito finale dove il profitto complessivo è pari a quello previsto dall'esito socialmente ottimo (b).

Infatti il medico può proporre al pasticciere un accordo che preveda che il pasticciere dietro opportuno compenso (S) insonorizzi i propri locali.

Tuttavia affinché tale accordo sia effettivamente proposto dal medico è necessario che in corrispondenza dell'esito finale il profitto netto del medico, pari a  $(80-S)$ , non sia inferiore al profitto che il medico consegue in assenza di accordo (60). Ciò implica che il compenso massimo che il medico è disposto a pagare al pasticciere è pari a 20.

Il pasticciere è disposto ad accettare la proposta del medico solo se in seguito all'accordo ottiene un profitto complessivo, pari a  $(40+S)$ , non inferiore al profitto che realizza in assenza di accordo (50). Quindi il compenso minimo richiesto dal pasticciere affinché la proposta sia accettata è pari a 10.

Pertanto le parti hanno l'incentivo a sottoscrivere un accordo che preveda l'insonorizzazione dei locali della pasticceria dietro un compenso S, dove la somma S sia tale che:

$$(1) 10 \leq S \leq 20$$

Quale sarà la somma effettiva dipenderà dalla forza contrattuale delle parti e i profitti delle due parti saranno pari a:

$$\pi_m = 80 - S$$

$$\pi_p = 40 + S$$

e il profitto complessivo sarà pari a 120.

Quindi, per qualsiasi somma S che soddisfa il vincolo (1), l'accordo sarà sottoscritto da entrambe le parti e in corrispondenza dell'esito il profitto complessivo è pari a quello socialmente ottimo (120).

Si osserva che a seguito dell'accordo il profitto del medico, pari a  $(80 - S)$ , è minore del profitto che il medico avrebbe conseguito sotto il regime legale previsto nel punto (1), mentre il profitto del pasticciere, pari a  $(40+S)$ , è maggiore del profitto che il pasticciere avrebbe conseguito sotto il regime legale previsto nel punto (2).

Quindi, malgrado il regime legale indichi come possibile esito tra le parti l'esito (a), poiché tale esito non è socialmente ottimo, l'esito (a), in assenza di costi di transazione non si realizza perché le parti hanno l'incentivo a sottoscrivere accordi che comportano il realizzarsi dell'esito socialmente ottimo (b).

Infine si osserva che la variazione del regime legale determina solo una diversa distribuzione dei profitti tra le parti ma non varia il profitto complessivo (surplus complessivo) e l'esito finale del processo di contrattazione.

## Soluzioni relative alla esercitazione del 13 Maggio 2008

### Esercizio 1

Lo studio del medico Casadei è accanto alla Pasticceria Fiore.

Recentemente l'attività della pasticceria è aumentata e, quindi, ha acquistati nuovi macchinari che vengono impiegati anche nelle ore diurne. Il rumore causato dai macchinari causa al medico una perdita di profitto.

La tabella sottostante illustra la relazione tra la perdita del medico e il numero delle ore di lavoro diurno.

Numero delle ore di lavoro diurno	Perdita mensile del profitto del medico
1	10
2	20
3	50
4	90

Si assuma che il regime legale riconosca alla pasticceria il diritto di proseguire l'attività e che i costi di transazione siano nulli.

Inoltre il costo mensile per insonorizzare i locali della pasticceria è pari a 150, mentre il costo mensile che sosterebbe il medico per spostare l'ambulatorio è pari a 80. Si considerino i seguenti casi:

- 1) Un ora di lavoro in più permette al pasticcere di conseguire un incremento mensile del profitto pari a 25. Verificate se esistono le condizioni per un accordo reciprocamente vantaggioso ed individuate le sue caratteristiche principali .
- 2) Un ora di lavoro in più permette al pasticcere di conseguire un incremento mensile del profitto pari a 40. Verificate se esistono le condizioni per un accordo reciprocamente vantaggioso ed individuate le sue caratteristiche principali.

### Soluzione esercizio 1

#### Punto 1

In assenza di alcun accordo contrattuale tra le parti al medico conviene spostare il proprio ambulatorio perché sostiene una perdita mensile di 80 anziché 90. Pertanto in corrispondenza dello status quo i payoff sono i seguenti:

$$\Delta\pi_M = -80$$

$$\Delta\pi_P = 100$$

e la variazione complessiva dei profitti è pari a:

$$\Delta\pi = 20$$

Dall'analisi della tabella si osserva che la soluzione socialmente ottima è la soluzione in corrispondenza del quale la pasticceria lavora solo due ore nell'orario diurno e la variazione complessiva dei profitti è pari a 30.

Si osserva, inoltre, che in corrispondenza dello status quo, la riduzione di un ora di lavoro della pasticceria determina una riduzione del danno per il medico pari ad 30 (80- 50) e una riduzione del profitto della pasticceria pari a 25. Quindi esistono i presupposti affinché le

parti possono conseguire un accordo reciprocamente vantaggioso, che preveda, dietro opportuno compenso, la riduzione di un ora di lavoro della pasticceria. Da una attenta analisi dei dati si osserva che anche in corrispondenza di una ulteriore riduzione (da 3 a 2 ore) la riduzione del danno per il medico (pari a 30) è maggiore della riduzione dei profitti della pasticceria. Diversamente, un accordo ulteriore che preveda la riduzione da due ore ad un ora non è raggiungibile perché la riduzione del danno del medico è minore della riduzione dei profitti.

In generale, quando il regime legale è favorevole alla parte che crea l'esternalità, ogni volta che, in corrispondenza di un possibile esito, la riduzione di una unità della attività che causa esternalità comporta una riduzione del danno subito maggiore della riduzione dei profitti della controparte esistono i presupposti per un accordo reciprocamente vantaggioso. E tale accordo prevede che colui che causa l'esternalità riduca, dietro opportuno compenso, di una unità il livello di produzione.

In conclusione, in questo caso, l'accordo pareto – efficiente prevede che, dietro opportuno compenso, S; la pasticceria lavori solo per due ore diurne e i payoff sono i seguenti:

$$\Delta\pi_M = -20 - S$$

$$\Delta\pi_P = 50 + S$$

e la variazione complessiva dei profitti è pari a:

$$\Delta\pi = 30$$

Affinché l'accordo sia reciprocamente vantaggioso è necessario che entrambe le parti non peggiorino rispetto allo status quo. Ciò significa che il compenso S deve essere tale che:

$$50 \leq S \leq 60$$

## Punto 2

In questo caso l'esito socialmente ottimo corrisponde allo status quo dove il medico trasferisce la propria attività. Infatti la riduzione di un ora di lavoro causa una riduzione del danno per il medico minore della riduzione dei profitti. Pertanto non si osserverà alcuna relazione contrattuale tra le parti perché lo status quo coincide con l'esito socialmente ottimo.

## **Esercizio 2**

Si riconsideri l'esercizio precedente e si supponga che il regime legale riconosca al medico il diritto di non subire l'inquinamento acustico della pasticceria. Verificate se esistono le condizioni per un accordo reciprocamente vantaggioso ed individuate le sue caratteristiche principali nel caso in cui un ora di lavoro in più permette al pasticciere di conseguire un incremento mensile del profitto pari a 25

## **Soluzione esercizio 2**

Sotto tale regime legale in corrispondenza dello status quo la variazione dei profitti di entrambe le parti è nulla. Tuttavia qualora la pasticceria lavori un ora durante il giorno diurno l'incremento del suo profitto (25) è maggiore dell'aumento del danno subito dal medico (10). Tuttavia tale esito non corrisponde a quello socialmente ottimo perché anche

quando la pasticceria incrementa ulteriormente la quantità di lavoro diurno (da 1 ora a 2 ore) il profitto addizionale è maggiore del danno addizionale causato al medico.

In generale, quando il regime legale è favorevole alla parte che subisce l'esternalità negativa, ogni volta che, in corrispondenza di un possibile esito, l'aumento di una unità dell'attività che causa esternalità, comporta un incremento del profitto maggiore dell'incremento del danno subito dalla controparte esistono i presupposti per un accordo reciprocamente vantaggioso. E tale accordo prevede che colui che causa l'esternalità aumenti, dietro opportuno indennizzo alla controparte, di una unità il livello di attività.

In conclusione, in questo caso, l'accordo pareto – efficiente prevede che, dietro opportuno indennizzo a favore del medico, S; la pasticceria lavori solo per due ore diurne e i payoff sono i seguenti:

$$\Delta\pi_M = -20 + S$$

$$\Delta\pi_P = 50 - S$$

e la variazione complessiva dei profitti è pari a:

$$\Delta\pi = 30$$

Affinché l'accordo sia reciprocamente vantaggioso è necessario che entrambe le parti non peggiorino rispetto allo status quo. Ciò significa che il compenso S deve essere tale che:

$$20 \leq S \leq 30$$

Si osserva che la variazione dei diritti di proprietà ha solo determinato una diversa distribuzione del surplus e la distribuzione del surplus tra le parti è favorevole a colui a cui il regime legale attribuisce il diritto.

### Esercizio 3

In un quartiere di periferia vivono due famiglie: A e B. Il Comune ha deciso di istituire un servizio di vigilanza notturna. Le funzioni di domanda delle due famiglie sono le seguenti:

$$\text{Famiglia A} \quad p = 6 - q$$

$$\text{Famiglia B} \quad p = 10 - q$$

dove q rappresenta la quantità di ore di vigilanza notturna.

Il costo marginale per una ora addizionale di vigilanza sia pari a 10 euro.

Determinare la quantità ottima del bene pubblico prodotta e il contributo di ciascuna famiglia sotto l'ipotesi che le due famiglie siano sincere e spiegare il perché il bene la quantità del bene pubblico può essere inferiore alla quantità socialmente ottima.

### Soluzione esercizio 3

Le due funzioni di domanda (della famiglia A e della famiglia B) indicano rispettivamente il prezzo massimo che ciascuna famiglia è disposta a pagare per una unità addizionale del bene pubblico (ore di vigilanza). Pertanto tale informazione (prezzo massimo) costituisce il beneficio marginale che la singola famiglia ottiene dal consumo di una unità addizionale di bene pubblico.

Il bene pubblico, a differenza del bene privato, è un bene non escludibile e non rivale nel consumo. Pertanto, qualora il Comune decida che il servizio di vigilanza notturna debba essere incrementato di un ora, tale ora addizionale è consumata da entrambe le famiglie. Quindi, il beneficio marginale sociale di una unità addizionale del bene pubblico è pari alla somma dei benefici marginali degli individui presenti nella collettività. D'altronde una unità addizionale di bene pubblico comporta un aumento dei costi totali e tale variazione è misurata dal costo marginale. La quantità ottima del bene pubblico coincide con la quantità in corrispondenza del quale è massimo il benessere sociale e ciò è possibile solo se il costo marginale per la produzione di una unità addizionale di bene pubblico è pari al beneficio marginale sociale derivante dal suo consumo.

Quindi, per individuare la quantità ottima del bene pubblico è necessario calcolare il beneficio marginale sociale in corrispondenza di un qualsiasi livello di produzione del bene. Poiché il beneficio marginale sociale è pari alla somma dei benefici marginali privati, ovvero delle disponibilità a pagare, allora è sufficiente sommare verticalmente le due funzioni di domanda.

Tuttavia, si osserva che:

- la famiglia A è disposta a pagare un prezzo massimo positivo per una unità addizionale di bene pubblico solo se  $0 \leq q < 6$ . Pertanto:  
 $BM_A = p_A = 6 - q > 0$  se  $0 \leq q < 6$ ;  
 $BM_A = 0$  se  $q \geq 6$
- la famiglia B è disposta a pagare un prezzo massimo positivo per una unità addizionale di bene pubblico solo se  $0 \leq q < 10$ . Pertanto:  
 $BM_B = p_B = 10 - q > 0$  se  $0 \leq q < 10$ ;  
 $BM_B = 0$  se  $q \geq 10$

Quindi, il beneficio marginale sociale di una unità addizionale del bene pubblico dipende dalla quantità prodotta del bene pubblico, in particolare:

se  $q \geq 10$   $BMS = 0$

se  $6 \leq q < 10$   $BMS = p_B = 10 - q$

se  $0 \leq q < 6$   $BMS = p_B + p_A = 6 - q + 10 - q = 16 - 2q$

Il costo marginale di un ora addizionale di vigilanza notturna è costante e pari a 10.

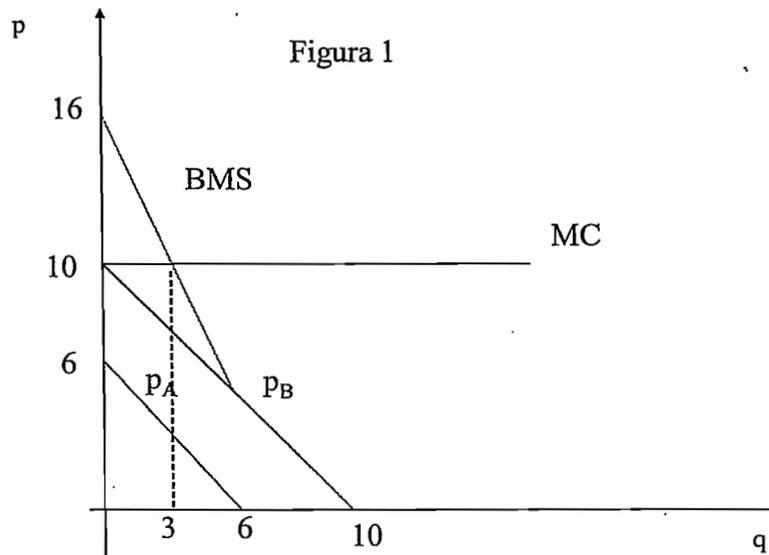
La quantità ottima del bene pubblico si individua uguagliando il costo marginale al beneficio marginale sociale. Poiché l'espressione del beneficio marginale sociale dipende dalla quantità prodotta del bene pubblico si procede per tentativi. Supponiamo che la quantità ottima del bene pubblico sia inferiore a 6. In questo caso deve valere la seguente condizione:

$$BMS = p_A + p_B = 16 - 2q = MC = 10$$

Dalla soluzione si ottiene che la quantità ottima è 3. Poiché è inferiore a 6 la nostra ipotesi iniziale è soddisfatta, e, quindi la soluzione individuata rappresenta la soluzione ottima.

Le disponibilità a pagare di ciascuna famiglia sono rispettivamente:  $p_A = 3$ ;  $p_B = 7$ .

La figura 1 illustra graficamente la soluzione



#### Esercizio 4

Nel comune di Bellaria vivono due famiglie, la famiglia Riga e la famiglia Colonna. La comunità di Bellaria si rende conto della necessità di un impianto per l'illuminazione del lungomare. L'impianto verrà realizzato solo se si raccolgono i fondi necessari. Il costo dell'impianto è pari a 8000 euro.

La comunità si accorda sulla seguente procedura: ogni famiglia versa in modo anonimo una somma pari al costo dell'impianto; qualora la somma raccolta sia maggiore del costo, la differenza sarà distribuita in modo equo tra le due famiglie.

Se l'impianto viene costruito, l'utilità di ciascuna famiglia è 6000 meno la somma netta versata; se l'impianto non viene costruito, l'utilità di ciascuna famiglia è 0. Dite se l'impianto di illuminazione sarà realizzato. Giustificate la risposta.

#### Soluzione esercizio 9

L'impianto di illuminazione del lungomare non sarà costruito. Infatti il gioco ha la seguente rappresentazione in forma normale:

A\B	V	NV
V	2000;2000	-2000;6000
NV	6000;-2000	0;0

Dove **V** indica versare 8000 euro e **NV** non versare 8000 euro

L'esito **{NV;NV}** è l'unico equilibrio di Nash del gioco. Pertanto malgrado l'esito **{V;V}** sia Pareto efficiente rispetto all'equilibrio di Nash tale esito non può realizzarsi. Tale risultato

dipende dall'ordinamento delle preferenze delle due famiglie. Infatti l'ordinamento delle preferenze per ciascuna famiglia è tale che:

- la singola famiglia, quando ritiene che l'altra contribuisce, preferisce non contribuire alla realizzazione dell'impianto (problema del free-riding);
- la singola famiglia preferisce che l'impianto di illuminazione non sia costruito rispetto all'esito in corrispondenza del quale lei sia l'unica famiglia a contribuire alla sua realizzazione.

## Esercizio 5

Considerate l'esercizio precedente e supponete ora che se l'impianto viene costruito, l'utilità di ciascuna famiglia è 9000 meno la somma netta versata; se l'impianto non viene costruito, l'utilità di ciascuna famiglia è 0. Dite se l'impianto di illuminazione sarà realizzato e commentate adeguatamente

## Soluzione esercizio 5

In questo caso l'impianto di illuminazione sarà costruito ma solo una famiglia contribuirà alla costruzione. Infatti il gioco ha la seguente rappresentazione in forma normale:

A\B	V	NV
V	5000;5000	1000;9000
NV	9000;1000	0;0

Dove **V** indica versare 6000 euro e **NV** non versare 8000 euro

Il gioco ha due equilibri di Nash (nelle strategie pure) e sono:  $\{V;NV\}$  e  $\{NV;V\}$ . In questo caso l'ordinamento di preferenze è tale che la singola famiglia preferisce contribuire da sola alla realizzazione dell'impianto rispetto all'alternativa che l'impianto non sia realizzato. Inoltre si osserva che qualunque sia l'equilibrio di Nash che si realizza tale equilibrio rappresenta una esito Pareto-efficiente del gioco. Infatti il gioco presenta tre esiti Pareto-efficienti e tali esiti sono:  $\{V;V\}$ ,  $\{V;NV\}$  e  $\{NV;V\}$ .

Rispetto all'esercizio precedente in questo caso non vi è un problema di non ottimalità della soluzione ma vi è un problema distributivo.

## Soluzioni relative alla esercitazione del 20 Maggio 2008

### Esercizio 1

Nel mercato delle auto usate il numero di auto di cattiva qualità è pari al doppio del numero di auto di buona qualità nel mercato.

Ogni consumatore è disposto ad acquistare un'auto usata di buona qualità ad un prezzo massimo di 3500 e un'auto usata di cattiva qualità ad un prezzo massimo di 2600.

Ogni rivenditore possiede una sola auto usata ed è disposto a vendere un'auto usata di buona qualità ad un prezzo non inferiore a 3000 e a un'auto usata di cattiva qualità ad un prezzo non inferiore di 2000.

Nel mercato vi sono un numero elevato di compratori tali che la curva di domanda è perfettamente elastica.

Sotto l'ipotesi che solo il venditore conosce la qualità dell'auto quale sarà il prezzo di equilibrio di mercato? Quale tipo di auto sarà venduta?

### Soluzione esercizio 1

#### Punto 2

Sotto l'ipotesi che solo il venditore conosce la vera qualità dell'auto usata, i compratori, non sono in grado di distinguere se l'auto usata che stanno acquistando sia di buona o cattiva qualità. Pertanto, non potendo distinguere il bene in base alla qualità, i compratori nel momento in cui acquistano l'auto usata hanno di fronte una lotteria dove i possibili eventi sono:

- $E_1$  = "l'auto che sto acquistando è di buona qualità";
- $E_2$  = "l'auto che sto acquistando è di cattiva qualità".

Se si verifica il primo evento i compratori sono disposti a pagare un prezzo massimo pari a 3500, invece, se si verifica  $E_2$  i compratori sono disposti a pagare un prezzo massimo di 2600. Supponiamo che i compratori sappiano che sul mercato il numero delle auto usate di cattiva qualità sia pari al doppio del numero delle auto usate di buona qualità. Quindi, data l'informazione sulla numerosità di ciascuna tipologia di auto usata, ciascun compratore associa ai due eventi le seguenti probabilità:

$$P(E_1) = \frac{n_H}{n_H + n_L} = \frac{n_H}{3n_H} = \frac{1}{3}$$

$$P(E_2) = \frac{n_L}{n_H + n_L} = \frac{2n_L}{3n_L} = \frac{2}{3}$$

dove  $n_L$  il numero di auto usate di cattiva qualità e  $n_H$  è il numero di auto usate di buona qualità.

Nell'ipotesi che i consumatori siano neutrali al rischio, essi saranno disposti, per acquistare un'auto usata, a pagare al massimo un prezzo pari al prezzo medio, ovvero:

$$P_M^D = P(E_1)P_H^D + P(E_2)P_L^D$$

dove  $p^D_H$  e  $p^D_L$  indicano, rispettivamente, i prezzi massimi che il consumatore è disposto a pagare per acquistare un'auto di buona qualità e un'auto di cattiva qualità. Pertanto:

$$p^D_M = \frac{1}{3}3500 + \frac{2}{3}2600 = 2900$$

Quindi, in questo caso non avremo due mercati ma un solo mercato per le auto usate. Su tale mercato la curva di offerta è la seguente:

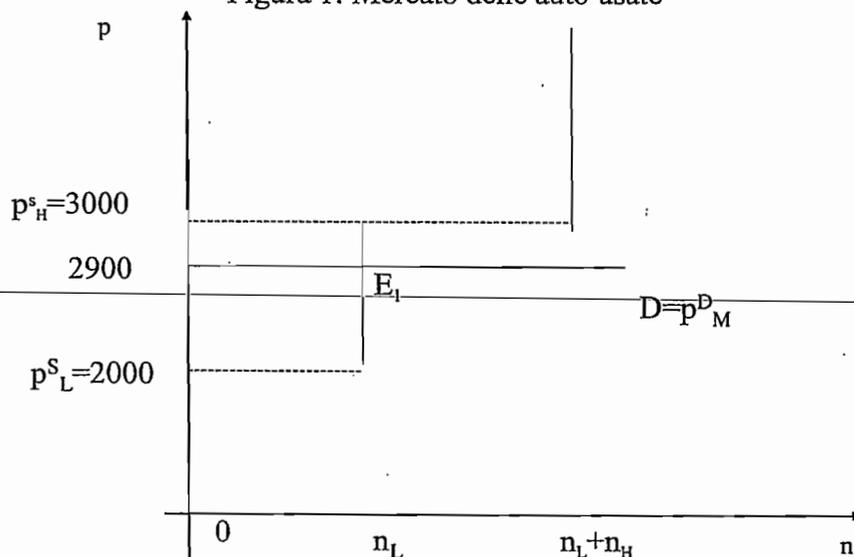
$$\begin{cases} \text{se } p < 2000 \rightarrow n = 0 \\ \text{se } 2000 \leq p < 3000 \rightarrow n = n_L \\ \text{se } p \geq 3000 \rightarrow n = n_L + n_H \end{cases}$$

dove  $n$  è il numero di auto usate offerte sul mercato.

La figura 1 illustra la curva di offerta e la curva di domanda. Poiché i rivenditori delle auto usate di buona qualità sono disposti a vendere l'auto solo ad un prezzo non inferiore di 3000 allora in corrispondenza dell'eventuale equilibrio (punto  $E_1$ ) i consumatori acquisteranno solo auto usate di cattiva qualità.

Tuttavia dato che la distribuzione dell'offerta in corrispondenza del punto  $E_1$  è diversa dalla distribuzione utilizzata dai consumatori per derivare la loro funzione di domanda allora il punto  $E_1$  non può rappresentare l'equilibrio del mercato. Infatti, una volta che si siano verificati gli scambi i consumatori si rendono conto di aver acquistato un'auto di cattiva qualità. Pertanto essi ritengono che la probabilità di acquistare un'auto di cattiva qualità sul mercato sia pari a 1, e, quindi, il prezzo massimo che essi saranno disposti a pagare per acquistare un'ulteriore auto usata è pari 2600.

Figura 1: Mercato delle auto usate



In conclusione, la presenza di asimmetria informativa sulla qualità del bene prima che si realizzi lo scambio, determina il mancato scambio del bene di buona qualità. Si osserva che in corrispondenza dell'equilibrio di mercato sia i consumatori che i rivenditori del bene di buona qualità risultano danneggiati. Infatti, qualora i consumatori fossero perfettamente informati, essi sarebbero disposti ad acquistare il bene di buona qualità e a pagare un prezzo massimo maggiore del prezzo minimo richiesto dai rivenditori del bene di buona qualità. In questo caso l'equilibrio in presenza di asimmetrie informative è inefficiente perché, malgrado esistono i presupposti per ulteriori scambi sul mercato profittevoli per entrambe le parti, tali scambi non possono avere luogo a causa dell'asimmetria informativa.

## Esercizio 2

Si riconsideri l'esercizio precedente e si supponga che il rivenditore possa vendere l'auto usata con la "garanzia buono usato". Con tale garanzia il rivenditore si accolla per un anno tutte le eventuali spese di riparazione dell'auto usate. Se l'auto è di cattiva qualità il rivenditore è disposto a vendere l'auto con la garanzia ad un prezzo non inferiore di 3600. Diversamente, se l'auto usata è di buona qualità il rivenditore è disposto a vendere l'auto ad un prezzo non inferiore di 3300.

Secondo voi in corrispondenza dell'equilibrio di mercato le auto di buona qualità saranno vendute?

## Soluzione esercizio 2

In questo caso esistono due mercati: "auto usata con garanzia" e "auto usata senza garanzia". Per ciascun mercato è possibile derivare le rispettive funzioni di offerta.

In particolare la funzione di offerta nel mercato "auto usata con garanzia" è la seguente:

$$\begin{cases} \text{se } p < 3300 \rightarrow n = 0 \\ \text{se } 3300 \leq p < 3600 \rightarrow n = n_H \\ \text{se } p \geq 3600 \rightarrow n = n_L + n_H \end{cases}$$

Diversamente la funzione di offerta nel mercato "auto usata senza garanzia" coincide con la funzione di offerta dell'esercizio precedente, ovvero:

$$\begin{cases} \text{se } p < 2000 \rightarrow n = 0 \\ \text{se } 2000 \leq p < 3000 \rightarrow n = n_L \\ \text{se } p \geq 3000 \rightarrow n = n_L + n_H \end{cases}$$

Consideriamo l'eventualità che i consumatori ritengono che:

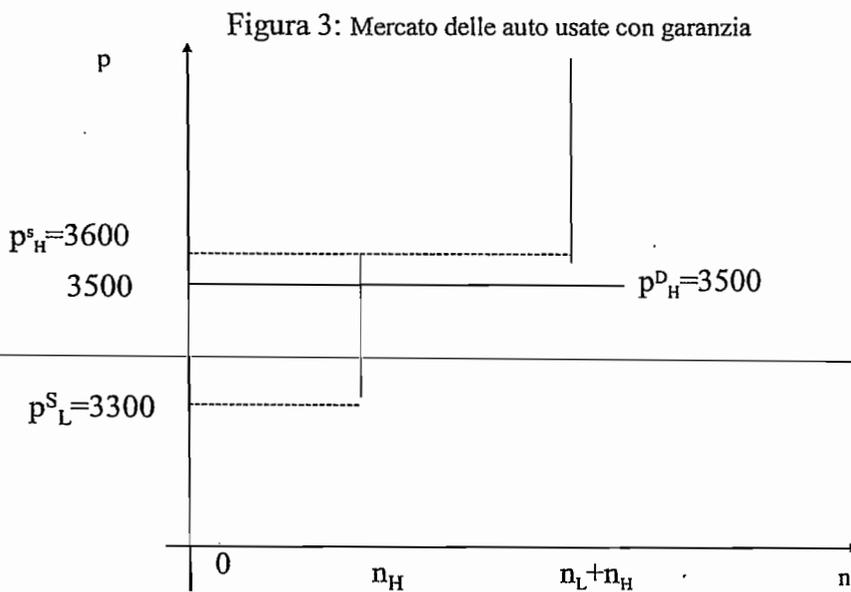
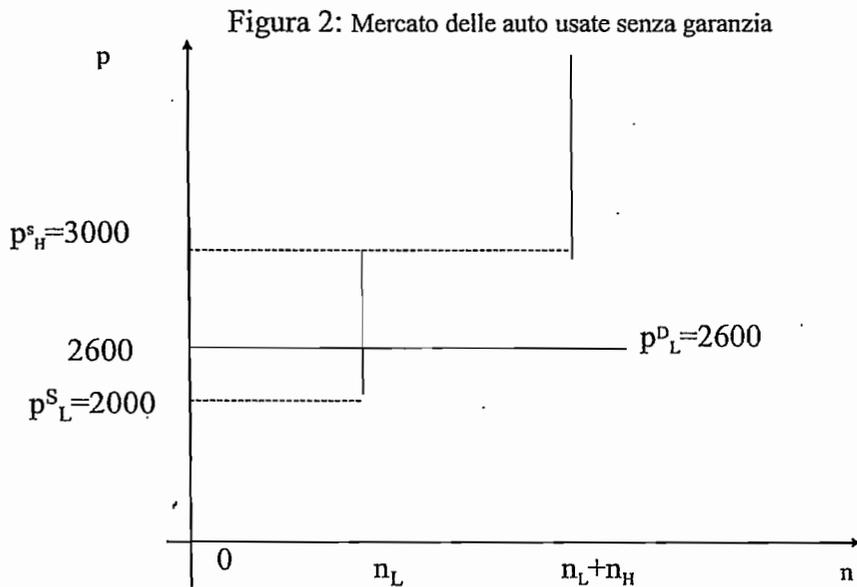
- se l'auto usata è con garanzia allora l'auto usata è di buona qualità e quindi il prezzo massimo è di 3500;
- se l'auto usata è senza garanzia allora l'auto usata è di cattiva qualità e quindi il prezzo massimo è 2600.

Consideriamo l'equilibrio quando i consumatori formulano tali aspettative. Le figure 2 e 3 illustrano l'equilibrio in ciascun mercato. Poiché in corrispondenza di ciascun equilibrio le

aspettative dei consumatori sono confermate, ovvero nel mercato delle auto usate con garanzia saranno vendute solo auto di buona qualità e nel mercato delle auto usate senza garanzia saranno vendute solo auto di cattiva qualità, allora tali equilibri sono stabili.

In conclusione, la possibilità di poter vendere l'auto usata con garanzia ha permesso alle parti di superare il problema dell'asimmetrie informative perché i rivenditori possono segnalare ai consumatori la qualità della propria auto.

Tuttavia l'attività di segnalazione dei rivenditori è costosa. Infatti i rivenditori dell'auto usate di buona qualità affinché possano vendere la propria auto sul mercato devono sostenere un costo aggiuntivo di 300 per ogni auto usata.



### Esercizio 3

(rispetto all'esercizio svolto durante la lezione è stato variato l'equivalente certo degli individui a alto rischio)

Il mercato assicurativo è caratterizzato dalla presenza di due tipi di clienti in uguale numerosità. Entrambi i clienti devono affrontare una situazione incerta. Se non si verifica alcun incidente il payoff è pari a 10.000. Se si verifica l'incidente essi subiscono un danno pari a 8000. I due tipi di clienti si differenziano per la probabilità che si verifichi l'incidente. In particolare per i clienti a basso rischio tale probabilità è pari a 0,25. Diversamente per i clienti ad alto rischio la probabilità è pari a 0,75. Entrambi i clienti sono avversi al rischio e l'equivalente certo per i clienti a basso rischio è pari a 6.500, mentre l'equivalente certo per i clienti ad alto rischio è pari a 3000.

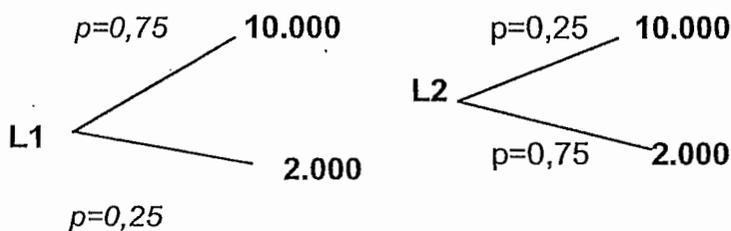
Il mercato assicurativo è caratterizzato da concorrenza perfetta e le imprese sono neutrali al rischio. Inoltre:

- i possibili clienti possono acquistare una sola assicurazione;
- solo le assicurazioni che offrono la copertura completa del danno possono essere vendute.

Individuate il possibile equilibrio di mercato nel lungo periodo sotto l'ipotesi che le imprese non sono in grado di distinguere tra i due tipi di clienti.

### Soluzione esercizio 3

I potenziali clienti di una impresa di assicurazioni possono essere clienti a basso rischio e clienti ad alto rischio. I clienti a basso rischio affrontano la lotteria L1 mentre i clienti ad alto rischio affrontano la lotteria L2.



Il valore monetario atteso delle due lotterie è pari rispettivamente a 8000 (lotteria L1) e 4000 (lotteria L2).

Il mercato assicurativo è perfettamente competitivo. Ciò implica che in corrispondenza dell'equilibrio di lungo periodo le imprese assicurative realizzano un profitto nullo.

In assenza di asimmetrie informative ciascuna impresa conosce la rischiosità del proprio cliente. Pertanto, poiché il contratto di assicurazione deve offrire la copertura completa del danno, il profitto atteso in corrispondenza del singolo contratto è pari a:

$$(1) E(\pi) = \tau - p_A 8000$$

dove  $\tau$  è il premio di assicurazione che l'impresa ottiene qualsiasi sia l'evento che si realizza,  $p_A$  è la probabilità che al cliente assicurato si verifichi l'incidente e 8000 è il danno che l'impresa deve rimborsare qualora si verifichi l'incidente.

Poiché in corrispondenza dell'equilibrio competitivo il profitto atteso deve essere nullo, allora in assenza di asimmetrie informative in corrispondenza dell'equilibrio saranno vendute due contratti di assicurazioni:

- contratto di assicurazione L sottoscritto dai soggetti a basso rischio. Dato che  $p_A$  è pari a 0,25 tale contratto prevede un premio assicurativo pari a 2000 e firmando il contratto l'assicurato si garantisce un payoff certo pari a 8000. Poiché l'equivalente certo è pari a 6500 tutti i soggetti a basso rischio si assicurano;
- contratto di assicurazione H sottoscritto dai soggetti a alto rischio. Dato che  $p_A$  è pari a 0,75 tale contratto prevede un premio assicurativo pari a 6000 e firmando il contratto l'assicurato si garantisce un payoff certo pari a 4000. Poiché l'equivalente certo è pari a 3000 tutti i soggetti a basso rischio si assicurano.

In presenza di asimmetrie informative l'assicurazione non conosce se il proprio assicurato sia un cliente a basso rischio o un cliente ad alto rischio. Pertanto, poiché il numero dei clienti a basso rischio è pari al numero dei clienti ad alto rischio, l'assicurazione ritiene che la probabilità che al proprio cliente si verifichi l'incidente sia pari a:

$$(2) p_A = \Pr(L)0,25 + \Pr(H)0,75 = \frac{1}{2}0,25 + \frac{1}{2}0,75 = \frac{1}{2}$$

Poiché in corrispondenza di un qualsiasi equilibrio il profitto atteso deve essere nullo allora data la (1) e la (2) in corrispondenza dell'equilibrio sarà offerto un solo tipo di contratto che prevede un premio assicurativo pari a 4000 e un rimborso completo del danno. Firmando tale contratto l'assicurato si garantisce un payoff certo pari a 6000. Poiché l'equivalente certo dei soggetti a basso rischio è pari a 6500 allora nessun soggetto a basso rischio acquisterà tale contratto di assicurazione.

Pertanto le imprese di assicurazione venderanno il proprio contratto solo agli individui ad alto rischio. Ma ciò significa che dopo che si siano verificati i primi scambi le imprese di assicurazione ritengono che il mercato sia caratterizzato dalla presenza dei soli individui ad alto rischio e, quindi, la probabilità che il cliente assicurato sia ad alto rischio è pari a 1 ( $\Pr(H)$ ).

Quindi, in corrispondenza dell'equilibrio di lungo periodo le imprese di assicurazione offriranno un solo tipo di contratto che prevede un premio assicurativo pari a 6000 e tale contratto sarà acquistato solo dai clienti ad alto rischio e i clienti a basso rischio non acquisteranno nessuna assicurazione.

In corrispondenza dell'equilibrio di lungo periodo il surplus complessivo è minore rispetto all'equilibrio in assenza di asimmetrie informative.

#### Esercizio 4

Un imprenditore deve assumere un rappresentante per la zona di Forlì-Cesena. Il rappresentante può impegnarsi o non impegnarsi. Il salario di riserva è pari a 48 euro giornaliero. Il rappresentante è indifferente al rischio e la sua funzione di utilità è:  $U(w,e) = w - 24e$ . Dove  $e$  può assumere valore pari a zero (non impegno) o valore unitario (impegno).

Per l'imprenditore il lavoro del rappresentante ha un valore giornaliero pari a 40 nel caso in cui non si impegna e un valore giornaliero pari a 100 nel caso in cui si impegna.

L'imprenditore sa che se il rappresentante s'impegna vi è la probabilità pari a 0,9 che il rappresentante collochi un ordine pari a 400 euro e una probabilità di 0,1 che non collochi alcun ordine. Diversamente, se il rappresentante non s'impegna vi è una probabilità pari a 0,9 che non collochi alcun ordine e una probabilità di 0,1 che collochi un ordine di 400 euro.

Secondo voi l'impresa offrirà al rappresentante un salario pari a quello di riserva?

Se l'impresa offre al rappresentante il seguente contratto: se nella giornata mi piazza un ordine di 400 euro ti paga un salario di 80, mentre se non collochi alcun ordine ti pago un salario pari a 48, il rappresentante è incentivato ad impegnarsi?

#### Soluzione esercizio 4

Dal testo si ottengono le seguenti informazioni:

- la funzione di utilità del lavoratore è pari a:  $U(w,e) = w-24e$
- il salario di riserva è pari a 48

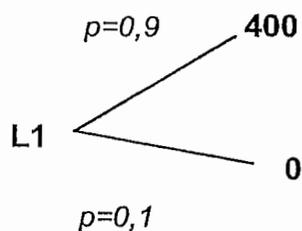
Per salario di riserva si intende il salario che il lavoratore percepirebbe qualora non accettasse il contratto offerto dall'imprenditore ma la migliore alternativa presente sul mercato.

Pertanto il lavoratore accetterà il contratto offerto dall'imprenditore solo se la sua utilità attesa è non inferiore a 48 euro.

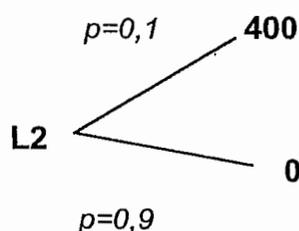
Tuttavia nel caso in cui l'imprenditore offre al rappresentante un salario pari a quello di riserva indipendentemente dall'impegno esercitato dal lavoratore, il rappresentante non ha alcun incentivo ad impegnarsi con la conseguenza che il suo lavoro ha un valore giornaliero pari a 40. Quindi, poiché, il valore netto giornaliero per l'impresa è negativo (40-48) all'impresa non conviene offrire al lavoratore un salario pari a quello di riserva.

Consideriamo l'altro contratto. Innanzitutto si osserva che malgrado l'impresa non possa osservare l'impegno del rappresentante essa può osservare l'ordine giornaliero del rappresentante. Tuttavia tale segnale è influenzato da eventi incerti. In particolare sia il rappresentante che l'impresa affrontano le seguenti lotterie:

- se il rappresentante si impegna ( $e=1$ ) la lotteria è la seguente:



- se il rappresentante non si impegna ( $e=0$ ) la lotteria è la seguente:



Consideriamo il contratto offerto dall'impresa al rappresentante:

- se il rappresentante accetta il contratto offerto e si impegna allora la lotteria che affronta è la lotteria L1 e quindi la sua utilità attesa è pari a:

$$E(U(L_1)) = 0,9U(80,1) + 0,1U(48,1) = 0,9(56) + 0,1(24) = 52,8$$

- se il rappresentante accetta il contratto offerto e non si impegna allora la lotteria che affronta è la lotteria  $L_2$  e, quindi, la sua utilità attesa è pari a:

$$E(U(L_2)) = 0,1U(80,0) + 0,9U(48,0) = 0,1(80) + 0,9(48) = 51,2$$

- se il rappresentante non accetta il contratto offerto ha una utilità pari a 48.

Quindi, poiché indipendentemente dal suo impegno, l'utilità attesa del rappresentante qualora accetti il contratto è maggiore dell'utilità che ottiene non accettando il contratto, il rappresentante sottoscriverà il contratto offerto dall'impresa (vincolo di partecipazione).

Inoltre, dato che qualora egli si impegna ottiene una utilità attesa (52,8) maggiore di quella che otterrebbe non impegnandosi (51,2) allora il rappresentante non solo accetta il contratto ma si impegna (vincolo di incentivazione).

Inoltre, all'impresa conviene proporre tale contratto perché il valore netto atteso giornaliero del rappresentante è positivo. Infatti il costo atteso è pari al salario atteso giornaliero, ovvero:

$$E(w) = 0,9(80) + 0,1(48) = 76,8$$

ed è inferiore al valore giornaliero del rappresentante in caso di impegno (pari a 100).

### Esercizio 5

Il comitato di gestione del quartiere Ca'ossi, composto dal Sig. A, Sig. B e Sig. C, deve decidere come spendere il residuo di fine anno di cassa. Le proposte presentate sono le seguenti:

- X Torneo di bocce con premi
- Y Tombolata
- Z Serata danzante

La regola adottata è la maggioranza semplice. La procedura richiede che le proposte sono votate a coppie e che il presidente predisponga l'agenda delle votazioni. Dato l'ordine delle preferenze dei componenti del comitato di gestione riportato nella tabella se il Sig. B è il presidente quale sarà l'agenda delle votazioni proposta?

Ordine di preferenza	A	B	C
primo	X	Y	Z
secondo	Z	X	Y
terzo	Y	Z	X

### Soluzione esercizio 5

Le proposte vengono presentate al voto a coppie e la regola adottata è la maggioranza semplice. Quindi, dalla tabella delle preferenze individuali, è possibile dedurre le scelte del comitato (scelte sociali) in corrispondenza di ogni possibile coppia di alternative. In particolare:

- se si vota sulla coppia (X,Y) vince la proposta Y, e, quindi tra X e Y il comitato preferisce Y;
- se si vota sulla coppia (X,Z) vince la proposta X, e, quindi tra X e Z il comitato preferisce X;
- se si vota sulla coppia (Z,Y) vince la proposta Z, e, quindi tra Z e Y il comitato preferisce Z.

Pertanto, le preferenze espresse dal comitato con la regola della maggioranza semplice, date le preferenze individuali, sono preferenze non transitive. Infatti, poiché Y è preferito a X e X è preferito a Z, se le preferenze del comitato fossero state transitive allora Y avrebbe dovuto essere preferito a Z. Tuttavia tra Z e Y il comitato preferisce Z.

Poiché le preferenze del comitato non sono transitive allora la scelta definitiva del comitato può dipendere da fattori estranei all'ordinamento delle preferenze individuali. E' possibile che la procedura preveda che le coppie di alternative siano sottoposte al voto sequenzialmente e che l'alternativa che risulta perdente in uno scontro diretto sia definitivamente scartata.

In questo caso il soggetto che predispone l'ordine con il quale le diverse alternative saranno sottoposte al voto (agenda) può manipolare l'esito finale della votazione.

Infatti, colui che fisserà l'agenda delle votazione, se conosce le preferenze degli altri membri del comitato e sotto l'ipotesi che i membri del comitato si comportano in modo razionale, sarà in grado di influenzare la scelta definitiva del comitato in modo tale che corrisponda alla alternativa a lui preferita.

Pertanto, se B è il presidente, poiché egli desidera che sia scelta la proposta Y, allora proporrà il seguente ordine di votazione: prima si vota su {X, Z} e poi sulla {vincente, Y}. Se la votazione segue tale ordine allora la scelta definitiva del comitato sarà la proposta Y.

## Esercizio 6

Rossi e Neri prima di lavorare insieme devono accordarsi su come distribuire il reddito ottenuto. I contratti possibili sono quattro e la tabella sottostante riporta per ciascun soggetto il livello di utilità conseguito in corrispondenza di ogni contratto:

Contratto	Neri	Rossi
A	2	8
B	4	5
C	5	3
D	8	1

Individuate la soluzione suggerita dal criterio utilitarista la soluzione suggerita da Rawls.

## Soluzione esercizio 6

La soluzione proposta dal criterio utilitarista è la soluzione in corrispondenza del quale la somma delle utilità individuali è massima. Pertanto secondo il criterio utilitarista Rossi e Neri dovrebbero scegliere il contratto A.

Diversamente, secondo il criterio proposto da Rawls, le parti dovrebbero scegliere il contratto in corrispondenza del quale, nell'insieme dei possibili contratti, l'utilità percepita dal soggetto più debole. Si osserva che:

- in corrispondenza del contratto A il soggetto più debole percepisce una utilità pari a 2;
- in corrispondenza del contratto B il soggetto più debole percepisce una utilità pari a 4;
- in corrispondenza del contratto C il soggetto più debole ha una utilità pari a 3;
- in corrispondenza del contratto D il soggetto più debole ha una utilità pari a 1.

Quindi secondo il criterio di Rawls Rossi e Neri dovrebbero scegliere il contratto B e il contratto B, nell'insieme dei contratti possibili, è il contratto che minimizza la disuguaglianza tra le parti.

## Soluzioni relative alla esercitazione del 27 Maggio 2008

### Esercizio 1

In una economia esistono due tipi di lavoratori: lavoratori a bassa produttività (L) e lavoratori ad alta produttività (H). La tabella sottostante illustra la produttività marginale (che coincide con la produttività media) e il salario di riserva per ciascun lavoratore.

Lavoratori	Produttività marginale	Salario di riserva
L	1	500
H	3	2100

Il mercato del lavoro è un mercato perfettamente concorrenziale dove i lavoratori si ripartiscono equamente tra lavoratori con bassa produttività e lavoratori con alta produttività. Il prezzo dell'unico bene prodotto nell'economia è 1000.

Inoltre, per ciascun lavoratore l'utilità è pari al salario percepito.

- 1) individuate l'equilibrio di mercato e il surplus complessivo qualora le imprese conoscano la produttività del lavoratore prima della stipula del contratto;
- 2) individuate l'equilibrio di mercato di mercato e il surplus complessivo qualora le imprese non conoscano la produttività del lavoratore prima della stipula del contratto.

### Soluzione esercizio 1

#### Punto 1

Se le imprese conoscono la produttività del lavoratore allora, poiché il mercato è perfettamente concorrenziale, offriranno, dato il prezzo del bene, a ciascun lavoratore un salario nominale pari al valore della produttività marginale. In particolare:

a) ai lavoratori meno produttivi sarà offerto un salario nominale pari a 1000 e, poiché, tale salario è maggiore del salario di riserva (500), ovvero all'utilità che tali lavoratori percepirebbero qualora consumassero tutto il tempo libero a disposizione, tutti i lavoratori del tipo L (pari a  $n_L$ ) accetteranno il contratto offerto dall'impresa;

b) ai lavoratori più produttivi sarà offerto un salario nominale pari a 3000 e, poiché, tale salario è maggiore del salario di riserva (2100), ovvero all'utilità che tali lavoratori percepirebbero qualora consumassero tutto il tempo libero a disposizione, tutti i lavoratori del tipo H (pari a  $n_H$ ) accetteranno il contratto offerto dall'impresa;

In corrispondenza di tale equilibrio:

- le imprese, poiché la produttività marginale è pari alla produttività media, conseguono un profitto nullo;
- l'utilità (pari al salario) dei lavoratori del tipo H è pari a 3000;
- l'utilità (pari al salario) dei lavoratori del tipo L è pari a 1000;
- l'occupazione complessiva nel mercato del bene è pari a  $n_L + n_H$

## Punto 2

Se le imprese non conoscono la produttività marginale del lavoratore che stanno assumendo allora tali imprese saranno disposte ad offrire al massimo un salario nominale in corrispondenza del quale il loro profitto atteso è nullo, ovvero:

$$(1) E(\pi) = E\left(q\left(1000 - \frac{w}{Pme}\right)\right) = q\left(1000 - E\left(\frac{w}{Pme}\right)\right) = q\left(1000 - E\left(\frac{w}{PM}\right)\right)$$

dove  $Pme$  indica la produttività media che in questo caso coincide con la produttività marginale.

Poiché il salario nominale non può variare al variare del tipo di lavoratore, allora dalla (1) si ottiene che il profitto atteso è nullo solo se:

$$w = E(PM)1000$$

dove:

$$E(PM) = \Pr(L)1 + \Pr(H)3$$

Poiché sul mercato la quantità di lavoratori del tipo L è pari alla quantità di lavoratori del tipo H allora è ragionevole che la singola impresa ritenga che:

$$\Pr(L) = \Pr(H) = \frac{1}{2}$$

e quindi:

$$E(PM) = 4$$

e il salario massimo offerto in corrispondenza del possibile equilibrio è pari a 2000.

Tuttavia, poiché il salario di riserva per i lavoratori del tipo H è maggiore del salario offerto dalla singola impresa, nessun lavoratore del tipo H accetterà il contratto di lavoro offerto dall'impresa. Ciò implica che dopo che si siano realizzati i primi scambi ciascuna impresa osserva che i lavoratori assunti sono tutti del tipo L. Pertanto esse riterranno che sul mercato esistono solo lavoratori del tipo L (ovvero  $\Pr(L)=1$ ) e quindi il salario massimo che esse saranno disposte ad offrire è pari a 1000.

Quindi, in corrispondenza dell'equilibrio con asimmetrie informative:

- le imprese conseguono un profitto nullo perché la produttività marginale è pari alla produttività media,;
- l'utilità dei lavoratori del tipo H è pari a 2100 (ovvero a quella di riserva);
- l'utilità dei lavoratori del tipo L è pari a 1000;
- L'occupazione complessiva nel mercato del bene è pari a  $n_L$

---

Rispetto all'equilibrio in assenza di asimmetrie informative l'utilità dei lavoratori del tipo H è inferiore e quindi l'equilibrio è Pareto inefficiente.

## **Esercizio 2**

Considerate l'esercizio precedente e supponete che ogni lavoratore possa decidere se conseguire o meno un titolo di studio e che il titolo di studio non influisca sulla produttività marginale del lavoratore. Il conseguimento del titolo di studio implica per il singolo

lavoratore un costo diverso a seconda della produttività del lavoratore. La tabella sottostante illustra i costi sostenuti dal singolo lavoratore in funzione del titolo di studio.

Titolo di studio	Lavoratore L	Lavoratore H
Diploma	1200	300
Laurea	2200	800

L'impresa conosce il titolo di studio conseguito dal singolo lavoratore e l'utilità per ciascun lavoratore è pari alla differenza tra il salario percepito e il costo sostenuto per conseguire il titolo di studio. Secondo voi:

- 1) in corrispondenza dell'equilibrio è possibile che l'impresa ritenga che un lavoratore con almeno il diploma sia un lavoratore con elevata produttività e che il lavoratore senza diploma sia un lavoratore a bassa produttività?
- 2) in corrispondenza dell'equilibrio è possibile che l'impresa ritenga che un lavoratore con la laurea sia un lavoratore con elevata produttività e che il lavoratore senza laurea sia un lavoratore a bassa produttività?

## Soluzione esercizio 2

### Punto 1

In corrispondenza di tali aspettative da parte delle imprese, le imprese saranno disposte ad offrire ai lavoratori il seguente contratto:

- se il lavoratore ha conseguito almeno il diploma, poiché ritengo che egli sia un lavoratore del tipo L, allora il salario offerto è pari a 3000;
- se il lavoratore non ha conseguito il diploma, poiché ritengo che egli sia un lavoratore del tipo H, allora il salario offerto è pari a 1000.

Affinché esista un equilibrio in corrispondenza del quale le imprese abbiano tali aspettative è necessario che nessuna impresa assuma un lavoratore del tipo L quando lei ritenga che tale lavoratore sia del tipo H. Ciò significa che nessun lavoratore del tipo L deve avere incentivo a conseguire il diploma e, quindi, ad essere assunto dall'impresa come lavoratore del tipo H.

Consideriamo il lavoratore del tipo L e l'utilità percepita dal lavoratore in corrispondenza del contratto offerto dall'impresa:

- se il lavoratore del tipo L consegue il diploma ottiene un salario pari a 3000 e sostiene un costo pari a 1200. Pertanto la sua utilità è pari a 1800;
- se il lavoratore del tipo L non consegue il diploma ottiene un salario pari a 1000 e non sostiene alcun costo.

Poiché l'utilità conseguita dal lavoratore del tipo L qualora consegue il diploma è maggiore dell'utilità quando non consegue alcun diploma, allora l'impresa assumerà lavoratori del tipo L quando essa ritiene che il lavoratore sia del tipo H.

Pertanto in corrispondenza dell'equilibrio non è possibile che le imprese abbiano tali aspettative.

## Punto 2

In corrispondenza di tali aspettative da parte delle imprese, le imprese saranno disposte ad offrire ai lavoratori il seguente contratto:

- se il lavoratore ha conseguito la laurea, poiché ritengo che egli sia un lavoratore del tipo L, allora il salario offerto è pari a 3000;
- se il lavoratore non ha conseguito la laurea, poiché ritengo che egli sia un lavoratore del tipo H, allora il salario offerto è pari a 1000.

Affinché esista un equilibrio in corrispondenza del quale le imprese abbiano tali aspettative è necessario che:

- nessuna impresa assuma un lavoratore del tipo L quando lei ritenga che tale lavoratore sia del tipo H;
- che i lavoratori del tipo H abbiano incentivo ad accettare il contratto offerto dall'impresa.

Consideriamo il lavoratore del tipo L e l'utilità percepita dal lavoratore in corrispondenza del contratto offerto dall'impresa:

- se il lavoratore del tipo L consegue la laurea ottiene un salario pari a 3000 e sostiene un costo pari a 2200. Pertanto la sua utilità è pari a 800;
- se il lavoratore del tipo L non consegue la laurea ottiene un salario pari a 1000 e non sostiene alcun costo.

Poiché l'utilità conseguita dal lavoratore del tipo L qualora non consegue la laurea è maggiore dell'utilità quando consegue la laurea diploma, allora l'impresa non assumerà lavoratori del tipo L quando essa ritiene che il lavoratore sia del tipo H.

Consideriamo il lavoratore del tipo H e l'utilità percepita dal lavoratore in corrispondenza del contratti offerto dall'impresa:

- se il lavoratore del tipo H consegue la laurea ottiene un salario pari a 3000 e sostiene un costo pari a 800. Pertanto la sua utilità è pari a 2200;
- se il lavoratore del tipo H non consegue la laurea ottiene un salario pari a 1000 e non sostiene alcun costo.

Pertanto, poiché l'utilità percepita dal lavoratore del tipo H quando consegue la laurea è maggiore della sua utilità di riserva allora tutti i lavoratori del tipo H conseguiranno la laurea e accetteranno il contratto proposto dall'impresa.

In conclusione tali aspettative delle imprese sono sostenibile in corrispondenza dell'equilibrio e osserveremmo un equilibrio con perfetta segnalazione dove la parte più informata (lavoratori) compie azioni costose (conseguimento del titolo di studi) per trasmettere alla controparte informazioni rilevanti.

Si osserva che in corrispondenza di tale equilibrio:

- le imprese conseguono un profitto nullo;
- l'utilità dei lavoratori del tipo H è pari a 2200;
- mentre l'utilità dei lavoratori del tipo L è pari a 1000;
- L'occupazione complessiva nel mercato del bene è pari a  $n_L + n_H$

Quindi, l'utilità dei lavoratori più produttivi, malgrado siano tutti occupati presso le imprese, è inferiore all'utilità che tali lavoratori percepirebbero in corrispondenza dell'equilibrio competitivo senza asimmetrie informative (esercizio 1 – punto 1). Pertanto, tale equilibrio malgrado consente la realizzazione di tutti gli scambi non è Pareto efficiente.

### Esercizio 3

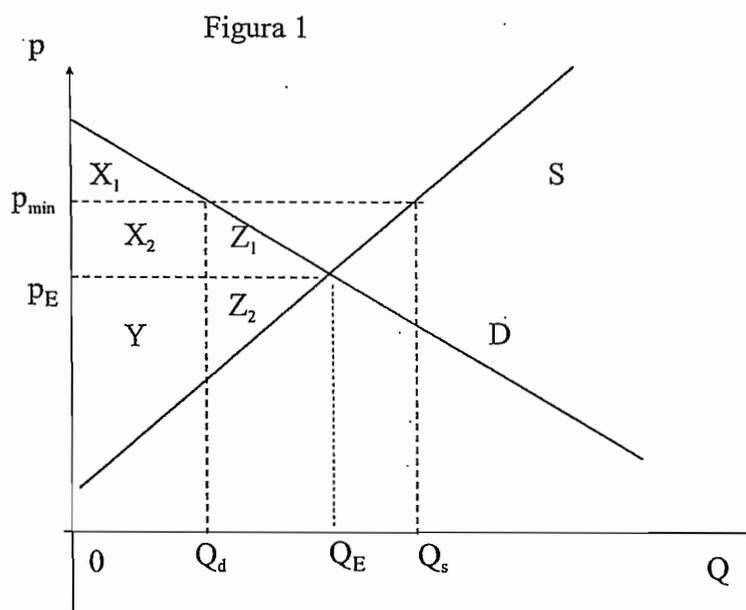
Sia  $p_E$  il prezzo di equilibrio di mercato del latte e supponete che la curva di domanda sia strettamente decrescente e che la curva di offerta sia strettamente crescente. Il Governo decide di introdurre un limite inferiore al prezzo (prezzo minimo  $p_{min}$ ) vincolante.

- 1) Illustrate graficamente la situazione ed evidenziate in entrambi i casi il surplus complessivo.
- 2) A seguito di tale decisione del Governo gli allevatori protestano lamentando una riduzione dei loro ricavi totali. Se l'elasticità della domanda al prezzo è in valore assoluto pari a 0,7, secondo voi tali proteste sono motivate?

### Soluzione esercizio 3

#### Punto 1

In corrispondenza dell'equilibrio competitivo la domanda è uguale all'offerta. La figura 1 illustra la situazione in corrispondenza dell'equilibrio di mercato ( $p_E, Q_E$ )



Il surplus complessivo è pari alla somma delle aree delineate ovvero pari a  $(X_1+X_2+Y+Z_1+Z_2)$ .

Se il Governo introduce un prezzo minimo ciò significa che a causa del provvedimento emanato dal Governo il bene non può essere venduto ad un prezzo inferiore. Affinché tale provvedimento influenzi l'esito del mercato è necessario che il prezzo minimo sia superiore al prezzo di equilibrio, ovvero  $p_{min} > p_E$ .

In questo caso il prezzo che si realizza sul mercato è pari a  $p_{min}$  ma in corrispondenza di tale prezzo la quantità di bene che i produttori desiderano vendere è maggiore della

quantità che i consumatori desiderano acquistare. Pertanto sul mercato osserveremo un eccesso di offerta che si traduce in una eccedenza del bene. La quantità scambiata sul mercato in corrispondenza di  $p_{\min}$  è pari alla quantità domandata ( $Q_d$ ).

Nella figura 1 è illustrato anche il nuovo esito ( $p_{\min}, Q_d$ ) che si realizza sul mercato a seguito del provvedimento governativo. Il surplus complessivo, pari a  $(X_1+X_2+Y)$ , è minore di quello osservato in corrispondenza dell'equilibrio competitivo. In particolare, poiché in corrispondenza di tale esito il prezzo è maggiore di quello di equilibrio competitivo e la quantità scambiata è minore necessariamente il surplus dei consumatori è minore di quello osservato in corrispondenza dell'equilibrio competitivo. Per quanto riguarda il surplus dei produttori poiché la quantità scambiata è minore essi sostengono un minore costo complessivo. Tuttavia solo in certe situazioni è possibile conoscere la variazione del ricavo totale e quindi la variazione del surplus dei produttori. Si osserva che prescindere dall'aumento o meno del surplus dei produttori l'effetto del provvedimento sul surplus complessivo della collettività è negativo.

## Punto 2

Come si è sottolineato nel precedente punto poiché a seguito dell'intervento del Governo la quantità scambiata è minore allora il costo totale sostenuto dai produttori è minore. Per quanto riguarda i ricavi complessivi dei produttori si ricorda che (esercitazione 22 aprile esercizio 3) la variazione del ricavo totale complessivo è pari a:

$$\Delta RT = \Delta(pQ) = p\Delta Q \left( 1 - \frac{1}{|\varepsilon_D|} \right)$$

Poiché nel passaggio dall'equilibrio competitivo al nuovo esito la quantità scambiata si riduce allora  $\Delta Q$  è minore di zero. Se la elasticità della domanda è in valore assoluto minore dell'unità allora:

$$\left( 1 - \frac{1}{|\varepsilon_D|} \right) < 0$$

Pertanto il ricavo complessivo dei produttori aumenta.

Poiché il ricavo complessivo aumenta e i costi complessivi diminuiscono allora in corrispondenza del nuovo esito di mercato il surplus complessivo dei produttori aumenta. Pertanto le proteste dei produttori non sono motivate.

## **Esercizio 4**

Sia  $p_E$  il canone di affitto di equilibrio nel mercato immobiliare. Il Governo, a seguito delle proteste degli affittuari decide di introdurre un limite superiore al prezzo (prezzo massimo  $p_{\max}$ ) vincolante.

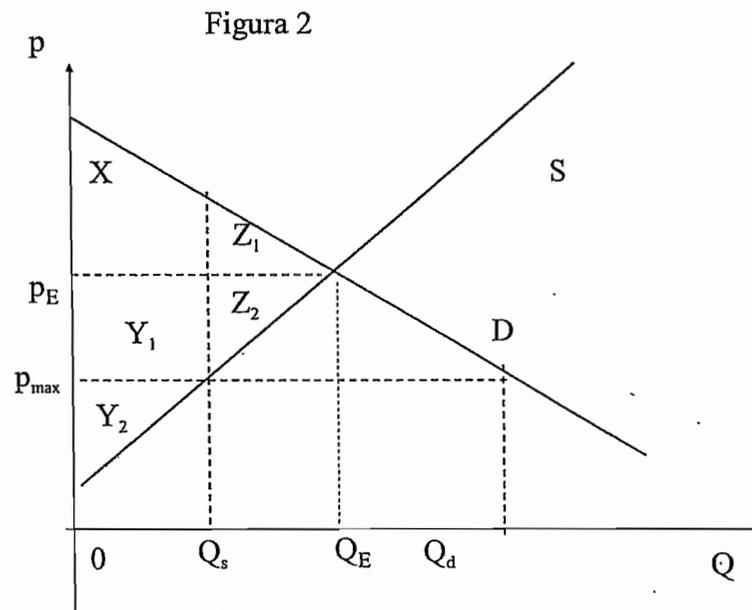
- 1) Illustrate graficamente la situazione ed evidenziate in entrambi i casi il surplus complessivo nell'ipotesi che la curva di offerta sia strettamente crescente e la curva di domanda sia strettamente decrescente.

- 2) Supponete che la curva di offerta di appartamenti sia perfettamente rigida in corrispondenza del prezzo  $p^*$  inferiore di  $p_{max}$ . Illustrate graficamente la situazione ed evidenziate in entrambi i casi il surplus complessivo.

### Soluzione esercizio 4

#### Punto 1

In corrispondenza dell'equilibrio competitivo la domanda è uguale all'offerta. La figura 2 illustra la situazione in corrispondenza dell'equilibrio di mercato ( $p_E, Q_E$ )



Il surplus complessivo è pari alla somma delle aree delineate ovvero pari a  $(Y_1+Y_2+X+Z_1+Z_2)$ .

Se il Governo introduce un prezzo massimo per gli affitti ciò significa che a causa del provvedimento emanato dal Governo l'appartamento non può essere affittato ad un prezzo superiore. Affinché tale provvedimento influenzi l'esito del mercato è necessario che il prezzo massimo sia inferiore al prezzo di equilibrio, ovvero  $p_{max} < p_E$ .

In questo caso il prezzo che si realizza sul mercato è pari a  $p_{max}$  ma in corrispondenza di tale prezzo il numero degli appartamenti che i proprietari desiderano affittare è minore della quantità richiesta dai consumatori. Pertanto sul mercato osserveremo un eccesso di domanda che si traduce in una scarsità del bene, ovvero degli appartamenti in affitto.

Il numero degli appartamenti affittati sul mercato in corrispondenza del  $p_{max}$  è pari alla quantità offerta ( $Q_s$ ).

Nella figura 2 è illustrato anche il nuovo esito ( $p_{max}, Q_s$ ) che si realizza sul mercato a seguito del provvedimento governativo. Il surplus complessivo, pari a  $(Y_1+Y_2+X)$ , è minore di quello osservato in corrispondenza dell'equilibrio competitivo.

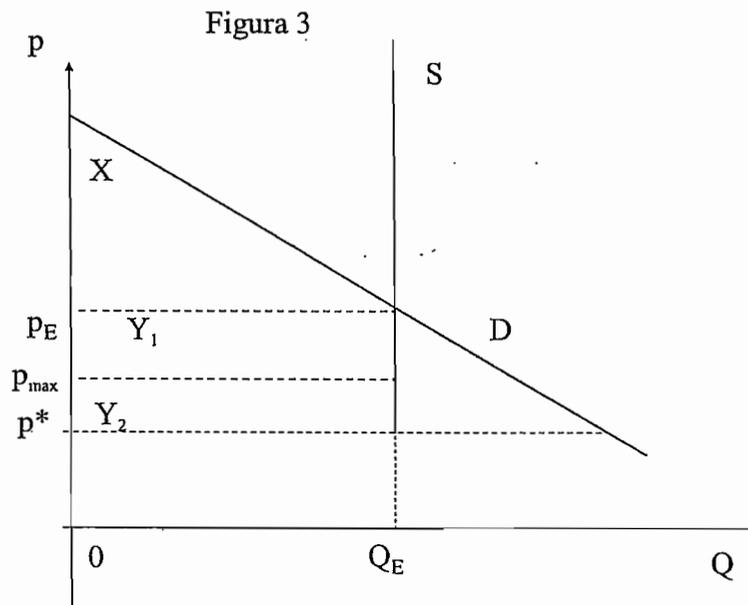
In particolare, poiché in corrispondenza di tale esito sia il prezzo che la quantità scambiata sono minori rispetto ai valori osservati in corrispondenza dell'equilibrio competitivo allora necessariamente il surplus dei produttori è minore di quello osservato in corrispondenza dell'equilibrio competitivo.

Per quanto riguarda il surplus dei consumatori osserviamo che i consumatori che non risultano razionati, poiché affittano l'appartamento ad un prezzo inferiore, conseguiranno un surplus maggiore rispetto a quello conseguito in corrispondenza dell'equilibrio competitivo. Diversamente, i consumatori che risultano razionati, ovvero che a causa della scarsità non possono affittare alcun appartamento, conseguiranno un surplus minore. Quale sia l'effetto complessivo dipende dalla reattività relativa della funzione di offerta e della funzione di domanda al prezzo.

Tuttavia, si osserva che, a prescindere dall'aumento o meno del surplus dei consumatori, l'effetto del provvedimento sul surplus complessivo della collettività è negativo

### Punto 2

La figura 3 illustra la situazione che si realizzerebbe in corrispondenza di una curva di offerta rigida.



Si osserva che a seguito dell'intervento del Governo la quantità scambiata complessiva non cambia. Anche il surplus complessivo della collettività non varia ma si modifica solo la sua distribuzione. Infatti in questo caso a seguito dell'intervento del Governo, poiché il prezzo è minore e la quantità non è diminuita allora il surplus dei consumatori è aumentato a danno del surplus dei produttori.

### **Esercizio 5**

Il mercato del riso nel paese Alfa ha le seguenti funzioni di domanda e di offerta:

$$Q_d = 40 - 4P$$

$$Q_s = -20 + 8P$$

dove P è il prezzo di un kg di riso

1. Calcolate il prezzo e la quantità di riso scambiate in equilibrio nel mercato interno del paese Alfa in assenza di commercio internazionale.

2. Ipotizzate che vengono aperte le frontiere e che il paese A sia rispetto al resto del mondo piuttosto piccolo. Il prezzo mondiale di 1 kg di riso sia pari a 3 euro. Individuate il prezzo e la quantità di riso consumate nel mercato del paese Alfa. Mostrate graficamente la variazione dei surplus del consumatore e del produttore rispetto al punto (1).

### Soluzione esercizio 5

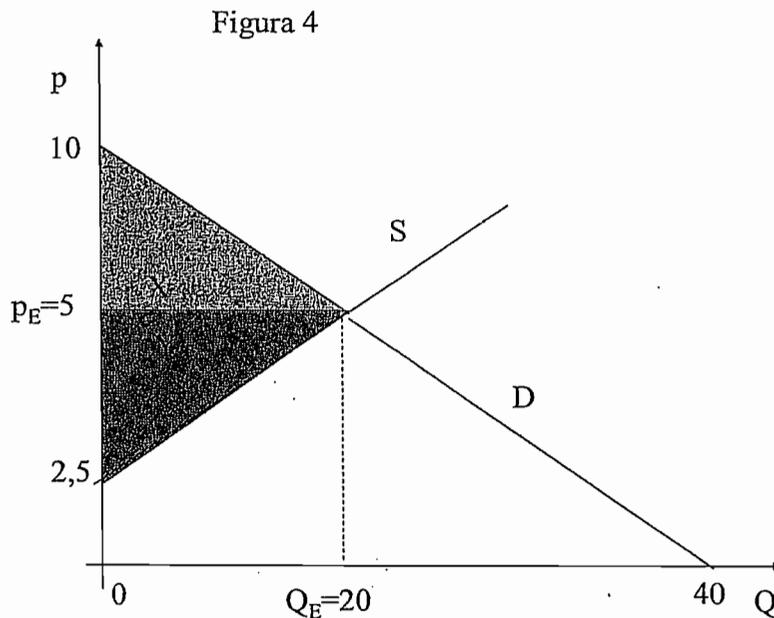
#### Punto 1

Se il paese Alfa non è aperto agli scambi internazionale allora il prezzo e la quantità scambiate di riso dipendono unicamente dalla funzione di domanda e di offerta nazionali. Pertanto, il prezzo di equilibrio del riso nel paese Alfa è il prezzo in corrispondenza del quale la quantità offerta è pari alla quantità domandata, ovvero:

$$Q_s = Q_d \rightarrow 8p - 20 = 40 - 4p \rightarrow 12p = 60 \rightarrow p_E = 5$$

e la quantità scambiata in equilibrio è pari a 20 unità.

Il surplus complessivo è pari alla somma dell'area X e Y nella figura 4.



#### Punto 2

Poiché il paese Alfa è rispetto al resto del mondo piuttosto piccolo allora le decisioni economiche relative al riso dei produttori e dei consumatori presenti nel paese Alfa non influenzano il prezzo mondiale del riso. Ciò implica che a prescindere dal livello di produzione del riso nel paese Alfa e a prescindere dal livello di consumo di riso nel paese

Alfa il prezzo del riso nel paese Alfa, se vengono aperte le frontiere, è pari al prezzo internazionale, ovvero pari a 3.

In corrispondenza del prezzo internazionale la quantità domandata di riso, pari a 28, è maggiore della quantità prodotta di riso nel paese Alfa (pari a 4). Tale eccesso di domanda nel mercato interno sarà soddisfatto dalle importazioni.

Quindi a seguito dell'apertura delle frontiere nel mercato del riso osserveremo:

- un prezzo pari al prezzo mondiale ( $p=3$ );
- un livello di produzione del riso sul mercato interno pari a 4 e un livello di consumo pari a 28;
- un livello di importazioni pari a 24 unità.

La figura 5 illustra il nuovo esito di mercato.

Si osserva che rispetto alla situazione illustrata nel punto precedente la quantità consumata del bene è maggiore e il prezzo è minore. Il surplus complessivo è pari alla somma delle aree X, Y e Z.

Pertanto in corrispondenza del nuovo equilibrio il surplus complessivo è maggiore. Inoltre:

- poiché la quantità consumata è maggiore e il prezzo è minore il surplus dei consumatori, pari alla somma dell'area X e dell'area Z, rispetto al precedente equilibrio (figura 4) è aumentato;
- poiché sia la quantità prodotta all'interno del paese Alfa sia il prezzo sono inferiori rispetto al precedente equilibrio (figura 4) allora il surplus dei produttori, pari all'area Y, è diminuito.

Tuttavia poiché l'aumento del surplus dei consumatori è maggiore della diminuzione del surplus dei produttori il surplus complessivo della collettività, pari a  $X+Y+Z$ , dopo l'apertura delle frontiere, risulta maggiore del surplus complessivo in assenza di scambi commerciali con l'estero.

