

Microeconomia - Problem set 3 - soluzione

(Prof. Paolo Giordani - TA: Pierluigi Murro)

30 Aprile 2015

Esercizio 1.

Si consideri un agente con un capitale iniziale pari a 100 cui viene proposta la seguente scommessa. In un'urna ci sono 6 palline di cui due nere e quattro rosse. Se l'agente estrae una pallina nera vince 40, e il suo capitale finale è pertanto 140; se estrae una pallina rossa perde 20, e il suo capitale finale è pertanto 80. L'agente utilizza il criterio dell'utilità attesa per fare le sue scelte in condizioni di incertezza.

1. La sua funzione di utilità è rappresentata da $u(c) = \sqrt{c}$. Determinare se accetterà la scommessa, l'equivalente certo della lotteria (EC) e il relativo premio per il rischio (PR).
2. La sua funzione di utilità è rappresentata da $u(c) = c^2$. Determinare se accetterà la scommessa, l'equivalente certo della lotteria (EC) e il relativo premio per il rischio (PR).
3. La sua funzione di utilità è rappresentata da $u(c) = c$. Determinare se accetterà la scommessa, l'equivalente certo della lotteria (EC) e il relativo premio per il rischio (PR).

Risposta: Per decidere se accettare o meno la scommessa, l'agente confronta l'utilità del capitale iniziale $[u(\text{capitale iniziale})]$ con l'utilità della lotteria $[u(\text{lotteria}) = \pi_1 u(c_1) + \pi_2 u(c_2)]$.

Nota che la lotteria ha esito $c_1 = 140$ con probabilità pari a $\pi_1 = 1/3$ e $c_2 = 80$ con probabilità pari a $\pi_2 = 2/3$. Il valore atteso della lotteria è quindi pari a:
 $VA = \pi_1 c_1 + \pi_2 c_2 = \frac{1}{3}140 + \frac{2}{3}80 = 100$.

1. In questo caso:

- $u(\text{capitale iniziale})=u(100) = \sqrt{100} = 10$
- $u(\text{lotteria})=\frac{1}{3}\sqrt{140} + \frac{2}{3}\sqrt{80} \simeq 9.91$

Essendo $u(\text{capitale iniziale})>u(\text{lotteria})$, l'agente rifiuta la scommessa. Inoltre, essendo la funzione di utilità concava, l'agente è avverso al rischio e quindi è disposto a pagare un ammontare positivo ($PR > 0$) per ottenere con certezza il valore atteso associato alla lotteria. Verifichiamo numericamente tale risultato. Calcoliamo innanzitutto l'equivalente certo della lotteria:

$$u(EC) = u(\text{lotteria}) \rightarrow \sqrt{EC} = 9.91 \rightarrow EC = 9.91^2 \simeq 98.$$

Il premio per il rischio è quindi pari a:

$$PR = VA - EC = 100 - 98 = 2.$$

2. In questo caso:

- $u(\text{capitale iniziale})=u(100) = 100^2 = 10000$
- $u(\text{lotteria})=\frac{1}{3}140^2 + \frac{2}{3}80^2 = 10800$

Essendo $u(\text{capitale iniziale})<u(\text{lotteria})$, l'agente accetta la scommessa. Inoltre, essendo la funzione di utilità convessa, l'agente è propenso al rischio e quindi in questo caso il premio per il rischio è negativo (a significare che l'agente è disposto a pagare un ammontare positivo per partecipare alla lotteria). Verifichiamo numericamente tale risultato.

Ricaviamo dapprima l'equivalente certo:

$$u(EC) = u(\text{lotteria}) \rightarrow EC^2 = 10800 \rightarrow EC = \sqrt{10800} \simeq 104.$$

Il premio per il rischio è quindi pari a:

$$PR = VA - EC = 100 - 104 = -4.$$

3. In questo caso:

- $u(\text{capitale iniziale})=u(100) = 100$
- $u(\text{lotteria})=\frac{1}{3}140 + \frac{2}{3}80 = 100$

L'agente è indifferente tra accettare e rifiutare la scommessa. Essendo la funzione di utilità lineare, l'agente è indifferente al rischio. Per cui l'equivalente certo è dato da $u(EC)=u(\text{lotteria}) \rightarrow EC = 100$ e $PR = 0$.

Nota: In questo esercizio abbiamo una situazione particolare in cui il capitale iniziale è esattamente pari al valore atteso della lotteria (per cui si ha anche che $u(\text{capitale iniziale})=u(\text{valore atteso})$). Non è quindi una coincidenza che

1. l'agente avverso al rischio [$u(VA)>u(\text{lotteria})$] rifiuti la scommessa [$u(\text{capitale iniziale})>u(\text{lotteria})$]
2. l'agente propenso al rischio [$u(VA)<u(\text{lotteria})$] accetti la scommessa [$u(\text{capitale iniziale})<u(\text{lotteria})$]
3. l'agente indifferente al rischio [$u(VA)=u(\text{lotteria})$] sia indifferente tra accettare o rifiutare la scommessa [$u(\text{capitale iniziale})=u(\text{lotteria})$]

Questa situazione non vale in generale: ad esempio, vi possono essere casi in cui un agente propenso al rischio rifiuti la scommessa (vedi esercitazione n.5) o casi in cui un agente avverso al rischio accetti la scommessa.

La decisione se scommettere o meno dipende infatti dal capitale iniziale, che generalmente non coincide con il valore atteso della lotteria.

Esercizio 2.

Sul mercato del bene x ci sono due acquirenti A e B, le cui funzioni di domanda inverse sono rispettivamente: $P = 100 - 2Q^A$ e $P = 60 - 3Q^B$. Calcolare la domanda complessiva per 1) $P=50$ e 2) $P=80$.

Risposta: Per cominciare osserviamo che la domanda del consumatore A è nulla per $P \geq 100$, mentre per il consumatore B la domanda si annulla per $P \geq 60$. Per calcolare la domanda complessiva, conviene passare dalle funzioni di domanda inversa alle funzioni di domanda: $Q^A = 50 - 0.5P$ e $Q^B = 20 - \frac{1}{3}P$ rispettivamente.

La quantità complessiva è data dalla somma orizzontale delle domande individuali.

1. $P = 50$. In questo caso entrambe le domande sono positive:

$$Q = Q^A + Q^B = (50 - 0.5 * 50) + (20 - 1/3 * 50) = 28.33.$$

2. $P = 80$. In questo caso la domanda del consumatore B è nulla. Per cui la domanda complessiva coincide con la domanda del consumatore A:

$$Q = Q^A = 50 - 0.5 * 80 = 10.$$

Esercizio 3.

Data la funzione di domanda inversa $P = 10 - 0.5Q$ e supponendo che $P = 6$:

1. Calcolare l'elasticità della domanda al prezzo (in valore assoluto). La domanda è rigida o elastica?
2. Calcolare i ricavi. Cosa potrebbe fare l'impresa per aumentare i ricavi?

Risposta:

1. L'elasticità della domanda rispetto al prezzo (in valore assoluto) si ricava nel seguente modo:

$$|\varepsilon_p| = \left| \frac{dQ}{dP} * \frac{P}{Q} \right|$$

Conviene quindi passare dalle funzioni di domanda inversa alle funzioni di domanda: $Q = 20 - 2P$.

Per cui l'elasticità è pari a:

$$|(-2) * \frac{6}{8}| = 3/2.$$

Essendo l'elasticità (in valore assoluto) maggiore di 1, la domanda è elastica.

2. I ricavi sono dati da: $R = P * Q = 6 * 8 = 48$. Essendo la domanda elastica, l'impresa può aumentare ulteriormente i ricavi riducendo il prezzo. Ad esempio, supponiamo che $P' = 5$. La domanda è ora pari a $Q' = 50$. I ricavi sono quindi: $R' = P' * Q' = 5 * 10 = 50$.

Esercizio 4.

Supponiamo che la funzione di domanda sia $Q = (P + 1)^{-2}$.

1. Qual è l'elasticità della domanda per un generico prezzo P?
2. In corrispondenza di quale prezzo i ricavi sono massimizzati?

Risposta:

1. L'elasticità (in valore assoluto) è pari a:

$$|\varepsilon_p| = \left| \frac{dQ}{dP} * \frac{P}{Q} \right| = |(-2) * (P + 1)^{-3} * \frac{P}{(P+1)^{-2}}| = \frac{2P}{P+1}$$

2. Al fine di individuare il prezzo in corrispondenza del quale i ricavi sono massimizzati, è necessario imporre la seguente condizione:

$$|\varepsilon_p| = 1$$

Nel nostro caso diventa:

$$\frac{2P}{P+1} = 1 \rightarrow P^* = 1$$

Esercizio 5.

Supponiamo che la funzione di domanda inversa sia $P = 50000 - 2Q$. Qual è la quantità che massimizza i ricavi?

Risposta:

Al fine di individuare la quantità in corrispondenza del quale i ricavi sono massimizzati, è necessario imporre la seguente condizione:

$$|\varepsilon_p| = \left| \frac{dQ}{dP} * \frac{P}{Q} \right| = 1$$

Nel nostro caso diventa:

$$\left| -\frac{1}{2} * \frac{P}{Q} \right| = 1 \rightarrow \frac{1}{2} * \frac{50000-2Q}{Q} = 1 \rightarrow 50000 - 2Q = 2Q \rightarrow Q^* = 12500.$$

Esercizio 6.

Supponiamo che in corrispondenza del prezzo P=50 la quantità domandata sia pari a Q=100. Come varia la quantità domandata quando il prezzo sale a

$P' = 60$ e l'elasticità in corrispondenza della nuova scelta è pari a -2 ?

Risposta:

Per individuare il nuovo livello di domanda Q' è necessario imporre la seguente condizione:

$$\varepsilon_p = -2.$$

In questo caso non abbiamo una funzione di domanda, per cui non è possibile calcolare la derivata prima rispetto al prezzo e di conseguenza dobbiamo utilizzare la formula in ambito discreto:

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta Q/Q}{\Delta P/P} \rightarrow \varepsilon_p = \frac{\Delta Q}{\Delta P} * \frac{P}{Q}$$

Quindi:

$$\frac{Q'-Q}{P'-P} * \frac{P}{Q} = -2 \rightarrow \frac{Q'-100}{60-50} * \frac{50}{100} = -2 \rightarrow Q' = 60.$$

Esercizio 7.

Rispondere vero o falso e spiegare il perché.

1. Se un agente è propenso al rischio, accetta sempre di partecipare ad una scommessa.

Risposta: Falso. La decisione dipende dal confronto tra l'utilità del capitale iniziale (rifiutare la scommessa) e l'utilità della lotteria (accettare la scommessa).

2. Se la funzione di utilità è concava, allora l'agente è avverso al rischio.

Risposta: Vero. In particolare l'utilità del valore atteso (associato alla lotteria) è maggiore dell'utilità della lotteria stessa.

3. Se la funzione di utilità è concava, allora l'agente non è mai disposto a rischiare il proprio capitale iniziale partecipando ad una lotteria.

Risposta: Falso. Si possono verificare casi in cui un agente avverso al rischio (funzione di utilità concava) abbia un livello di capitale iniziale tale per cui l'utilità della lotteria è maggiore dell'utilità del capitale iniziale e di conseguenza accetta il rischio insito nella scommessa. In generale, la decisione dipende dal confronto tra l'utilità del capitale iniziale (rifiutare la scommessa) e l'utilità della lotteria (accettare la scommessa).

4. Il premio per il rischio rappresenta in ogni caso l'ammontare positivo che l'agente è disposto a pagare per passare da una lotteria rischiosa ad una lotteria certa.

Risposta: Falso. Il premio per il rischio denota l'ammontare positivo che l'agente avverso al rischio è disposto a pagare per passare da una lotteria rischiosa ad una lotteria certa ($PR > 0$), mentre per l'agente propenso al rischio denota ammontare positivo che è disposto a pagare per passare da una lotteria certa ad una lotteria rischiosa ($PR < 0$). Il premio per il rischio è nullo per l'agente neutrale.

5. Supponiamo che nel mercato del bene 1 ci siano solo due consumatori A e B le cui funzioni di domanda sono rispettivamente $Q^A = 1000 - 2P$ e $Q^B = 500 - P$. La domanda aggregata è pertanto uguale $Q = 1500 - 3P$ per $P < 500$.

Risposta: Vero. Per $P < 500$ entrambe le domande sono positive: la domanda complessiva è quindi $Q = Q^A + Q^B$.

6. Se la curva di domanda è una funzione lineare del prezzo, allora l'elasticità della domanda è la stessa per ogni livello di prezzo.

Risposta: Falso. L'elasticità è diversa in ogni punto della curva di domanda.

7. Supponiamo che la curva di domanda sia pari a $Q = 1000 - 10P$. Se il prezzo aumenta da 10 a 20, anche l'elasticità (in valore assoluto) aumenta.

Risposta: Vero. Nota che la funzione di domanda è lineare rispetto al prezzo e quindi l'elasticità aumenta al crescere di P . Il calcolo numerico conferma questo risultato.

8. Se un bene ha pochi sostituti, la sua domanda è elastica.

Risposta: Falso. Se un bene è scarsamente sostituibile con altri beni, la sua domanda è poco reattiva ad aumenti del prezzo (ovvero è rigida).

9. Se l'elasticità della domanda rispetto al prezzo è (in valore assoluto) pari a 1, allora l'impresa può aumentare i ricavi variando il prezzo.

Risposta: Falso. In corrispondenza di una elasticità uguale ad 1, i ricavi sono massimizzati per cui non è possibile aumentarli ulteriormente variando il prezzo.

10. Se la curva di offerta è verticale, allora l'ammontare offerto è indipendente rispetto al prezzo.

Risposta: Vero. La curva di offerta è perfettamente inelastica.

11. Prendiamo in considerazione il mercato del bene x e supponiamo che sia in equilibrio concorrenziale (domanda=offerta). Supponiamo che l'elasticità della domanda rispetto al prezzo sia (in valore assoluto) maggiore di zero, mentre l'elasticità dell'offerta rispetto al prezzo sia infinita (ovvero curva di offerta perfettamente elastica). Supponiamo che il governo decida di introdurre una tassa a carico dei produttori (ovvero i produttori sono tenuti legalmente a versare la tassa allo Stato). Anche dal punto di vista economico la tassa grava interamente sui produttori.

Risposta: Falso. Dal punto di vista economico la tassa grava interamente sui consumatori. Siamo infatti in un caso estremo opposto a quello presentato nella lezione n.12, slide 19 (dove la curva di domanda è perfettamente elastica, mentre la curva di offerta ha un'elasticità positiva e quindi la tassa grava interamente sui produttori).

12. Quando l'elasticità della domanda rispetto al prezzo è in valore assoluto maggiore dell'elasticità dell'offerta rispetto al prezzo, allora la tassa grava maggiormente sui produttori (a prescindere da chi sia tenuto legalmente al versamento della tassa stessa).

Risposta: Vero. Vedi lezione n.12, slide 21, grafico (a).