

1^a Esercitazione: soluzioni

Monica Bonacina (monica.bonacina@unibocconi.it) & Stefania Migliavacca (Stefania.Migliavacca@enicorporateuniversity.eni.it)
Corso di Microeconomia A-K & L-Z, a.a. 2009-2010

Questa esercitazione è suddivisa in 2 parti: esercizi da svolgere ad esercitazione ed esercizi consigliati dal vostro libro di testo.

Parte I: esercizi da svolgere ad esercitazione

Premessa. Con riferimento agli esercizi sul consumo, è *convenzione misurare sull'asse orizzontale (in ascissa) il bene che nelle funzioni di utilità è citato per primo e sull'asse verticale (in ordinata) il secondo bene*; quindi quando trovate $U(X, Y)$, il bene da misurare in ascissa è il bene X , mentre quello da misurare in ordinata è il bene Y .

Esercizio 1. Daniela consuma libri (X) e schede telefoniche (Y). Il prezzo unitario dei libri è pari a 4 euro ($p_x = 4$), mentre quello delle schede telefoniche è pari a 2 euro ($p_y = 2$). Le preferenze di Daniela per questi due beni possono essere rappresentate dalla seguente funzione di utilità: $U(X, Y) = XY$.

1. Discutete brevemente il problema di scelta ottima di un consumatore razionale con preferenze regolari.
2. Scrivete e rappresentate graficamente il vincolo di bilancio di Daniela, sapendo che il reddito di cui dispone è di 400 euro mensili ($M = 400$). Indicate chiaramente le intercette e l'inclinazione del vincolo di bilancio.
3. Rappresentate la mappa di curve di indifferenza di Daniela (almeno 3 curve) e calcolate il saggio marginale di sostituzione fra libri e schede telefoniche.
4. Illustrate graficamente e calcolate analiticamente il paniere ottimo scelto da Daniela.

Supponete che dopo un anno l'inflazione porti il prezzo unitario dei libri da 4 a 8 ($p'_x = 8$) ed il prezzo delle schede telefoniche da 2 a 4 ($p'_y = 4$).

5. Discutete (graficamente) l'effetto dell'inflazione sul vincolo di bilancio di Daniela.

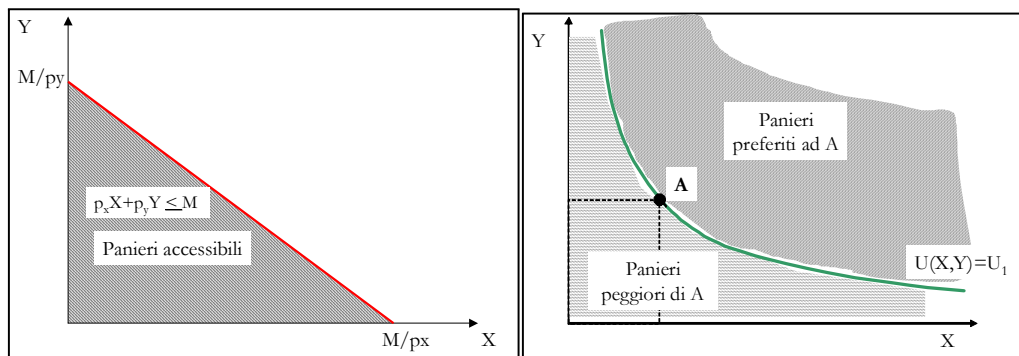
6. Calcolate di quanto dovrebbe aumentare il reddito mensile di Daniela perché la consumatrice si possa permettere lo stesso paniere di consumo trovato al punto 4.

Esercizio 1. Soluzione. (1) Secondo la *teoria della scelta razionale* (che è alla base di tutte le decisioni individuali d'acquisto), un consumatore razionale sceglie tra tutti i panieri a lui accessibili, quello caratterizzato dalla combinazione di beni di consumo che rende massima la sua soddisfazione. Per individuare il paniere ottimo è quindi necessario (1) identificare i panieri accessibili, e (2) ordinare tali panieri in base al grado di soddisfazione dato al consumatore.

I PANIERI ACCESSIBILI. Sono accessibili tutti i panieri la cui spesa non eccede il reddito a disposizione del consumatore:

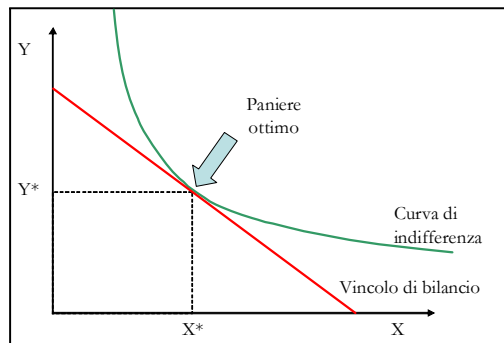
$$\underbrace{p_x X + p_y Y}_{\text{spesa in beni di consumo}} \leq \underbrace{M}_{\text{reddito}}$$

dove p_x e p_y indicano i prezzi di mercato dei due beni ed M il reddito del consumatore (grafico a sinistra).



ORDINAMENTO DEI PANIERI. L'ordinamento dei panieri dipende dalle preferenze del consumatore; quindi consumatori diversi possono attribuire allo stesso paniere valutazioni diverse. Sono preferiti (in quanto garantiscono livelli di soddisfazione più elevati) i panieri che giacciono sulle curve di indifferenza "più alte". Considerando ad esempio un paniere A, sono indifferenti ad A tutti i panieri che appartengono alla stessa curva di indifferenza del paniere A; sono peggiori di A tutti i panieri che appartengono a curve di indifferenza "più basse" rispetto alla curva di indifferenza passante per A; sono preferiti ad A tutti i panieri che appartengono a curve di indifferenza "più alte" rispetto a quella passante per A (grafico a destra).

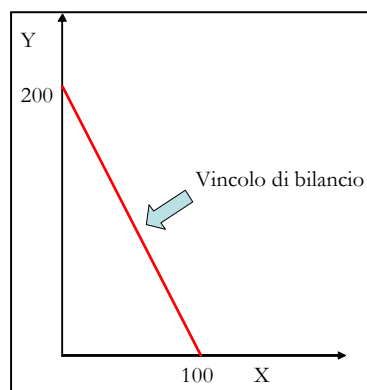
Dal momento che il grado di soddisfazione è crescente nei livelli di consumo (principio della non sazietà), il paniere ottimo apparterrà al vincolo di bilancio del consumatore ovvero esaurirà integralmente il reddito dello stesso. Graficamente il paniere ottimo di un generico consumatore razionale sarà:



(2) Il vincolo di bilancio di Daniela è

$$p_x X + p_y Y = M \Rightarrow Y = \frac{M}{p_y} - \frac{p_x}{p_y} X \Rightarrow Y = 200 - 2X$$

e si caratterizza per una pendenza pari a $-\frac{p_x}{p_y} = -2$, intercetta verticale $X = 0, Y = 200$ ed intercetta orizzontale $X = 100, Y = 0$. Graficamente



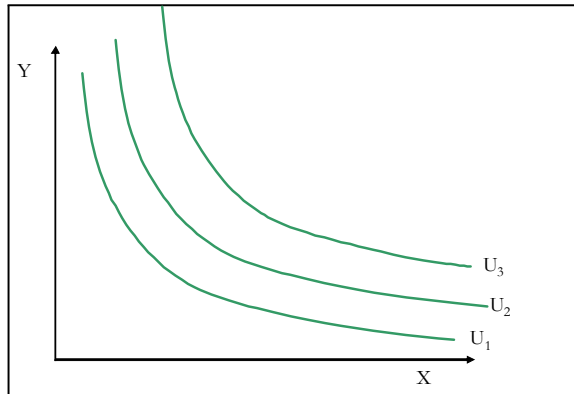
(3) Il saggio marginale di sostituzione (MRS) indica, in ogni punto della curva di indifferenza, il tasso al quale il consumatore è disposto a scambiare il bene misurato in ascissa con quello misurato in ordinata. Matematicamente l'MRS è pari al valore assoluto della pendenza della curva di indifferenza e al rapporto tra l'utilità marginale del bene in ordinata (MU_x) e l'utilità marginale del bene in ascissa (MU_y):

$$MRS_{xy} = \left| \frac{\Delta Y}{\Delta X} \right| = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{Y}{X}$$

in quanto

$$MU_x = \frac{\partial U(X,Y)}{\partial X} = Y \text{ e } MU_y = \frac{\partial U(X,Y)}{\partial Y} = X.$$

Dal momento che Daniela si caratterizza per preferenze di tipo Cobb-Douglas, la mappa delle curve di indifferenza di Daniela sarà del tipo

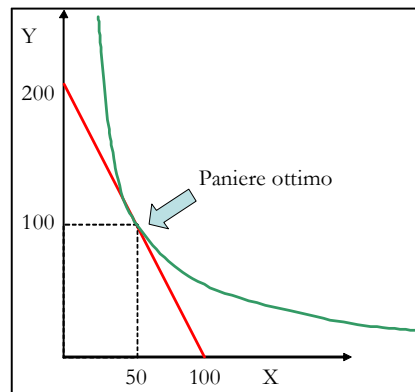


(4) Il paniere ottimo di Daniela si trova lungo il vincolo di bilancio (VdB) ed appartiene alla curva di indifferenza (CdI) "più alta" accessibile a Daniela. Formalmente

$$\begin{cases} \text{vincolo di bilancio} \\ \text{condizione di tangenza VdB e CdI} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y = 200 - 2X \\ MRS = \frac{p_x}{p_y} \end{cases}$$

da cui

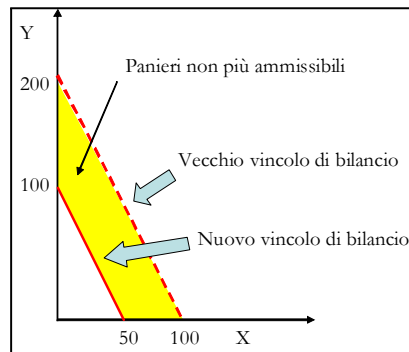
$$\begin{cases} Y = 200 - 2X \\ \frac{Y}{X} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2X = 200 - 2X \\ Y = 2X \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X^* = 50 \\ Y^* = 100 \end{cases}$$



(5) L'inflazione porta ad un aumento del prezzo dei beni acquistati da Daniela e riduce i panieri accessibili alla consumatrice. Il nuovo vincolo di bilancio di Daniela è

$$Y = \frac{M}{p'_y} - \frac{p'_x}{p'_y} X \Rightarrow Y = 100 - 2X$$

dove p'_x e p'_y sono i prezzi dei beni di consumo "post-inflazione". Si noti che l'inflazione non modifica il rapporto relativo tra i prezzi ($p'_x/p'_y = p_x/p_y = 2$); questo indica che il nuovo vincolo di bilancio sarà parallelo a quello vecchio ma più vicino all'origine. L'area gialla nel grafico sottostante individua i panieri che Daniela non si può più permettere a causa dell'inflazione.



(6) Dal momento che i prezzi sono aumentati del 100% (sono raddoppiati), affinché Daniela possa tornare a consumare il paniere $X^* = 50, Y^* = 100$, il suo reddito dovrà aumentare del 100% (raddoppiare).

Esercizio 2. Il signor Bianchi consuma esclusivamente e congiuntamente biscotti al cioccolato (B) e ciliegie (C), che costano rispettivamente 2 euro e 4 euro ($p_b = 2$, $p_c = 4$). Inoltre, il signor Bianchi dispone di un reddito monetario pari a 60 euro mensili ($M = 60$).

1. Scrivete e rappresentate graficamente il vincolo di bilancio del signor Bianchi, indicando chiaramente le intercette e la pendenza dello stesso (indicate sull'asse verticale il bene C).

Supponete che le preferenze del signor Bianchi siano rappresentate dalle seguente funzione di utilità $U(B, C) = \min \{B, C\}$.

2. Stanti le preferenze del consumatore, che tipo di relazione sussiste tra biscotti al cioccolato e ciliegie? Fornite una rappresentazione grafica della relativa mappa di curve di indifferenza (almeno tre curve).
3. In questo caso dove si colloca l'ottimo del consumatore? Motivate la risposta.
4. Calcolate il paniere ottimo scelto dal signor Bianchi e rappresentatelo nel grafico al punto 1.

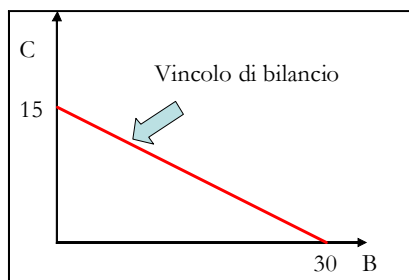
Le condizioni atmosferiche poco favorevoli incidono sul raccolto di ciliegie riducendone l'offerta ed aumentandone il prezzo del 50%. Il nuovo prezzo delle ciliegie è pari a 6 euro ($p'_c = 6$).

5. Quale sarà la nuova retta del vincolo di bilancio? Se ne fornisca una rappresentazione grafica specificando intercette e pendenza.
6. A seguito dell'aumento del prezzo delle ciliegie vi aspettate che il consumo di biscotti al cioccolato: aumenti, rimanga costante o si riduca? Argomentate la risposta a mezzo grafico.

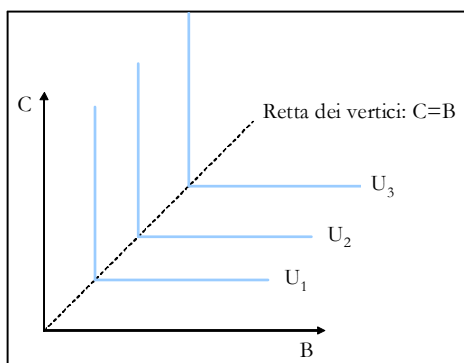
Esercizio 2. Soluzione. (1) Il vincolo di bilancio del signor Bianchi è

$$p_b B + p_c C = M \Rightarrow C = \frac{M}{p_c} - \frac{p_b}{p_c} B \Rightarrow C = 15 - \frac{1}{2} B$$

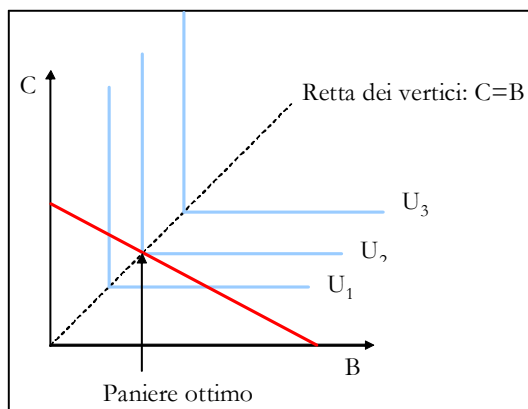
da cui una pendenza pari a $-\frac{p_b}{p_c} = -2$, un'intercetta verticale $B = 0, C = 15$ ed un'intercetta orizzontale $B = 30, C = 0$.



(2) Biscotti al cioccolato e ciliegie sono per il signor Bianchi perfetti complementi in quanto egli desidera consumarli sempre in rapporto fisso; in particolare il rapporto al quale il signor Bianchi consuma i due beni è 1:1. Nel grafico sottostante la rappresentazione della mappa di curve di indifferenza.



(3) Secondo la *teoria della scelta razionale*, il signor Bianchi sceglierà all'interno dei panieri di consumo a lui accessibili, quello che gli garantisce il massimo livello di soddisfazione. Graficamente

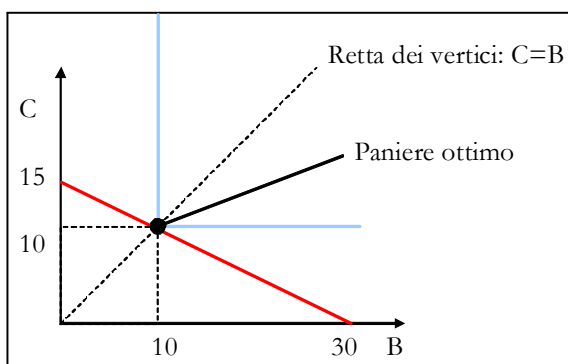


Quindi, data la forma delle preferenze del signor Bianchi, il paniere ottimo si collocherà nel vertice della curva di indifferenza "più alta" accessibile al consumatore.

(4) Il paniere ottimo si trova in corrispondenza del punto di intersezione tra vincolo di bilancio e retta dei vertici. Formalmente

$$\begin{cases} \text{vincolo di bilancio} \\ \text{retta dei vertici} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = 15 - \frac{1}{2}B \\ C = B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B^* = 10 \\ C^* = 10 \end{cases}$$

Graficamente



(5) L'aumento del prezzo delle ciliegie riduce i panieri ammissibili per il signor Bianchi.

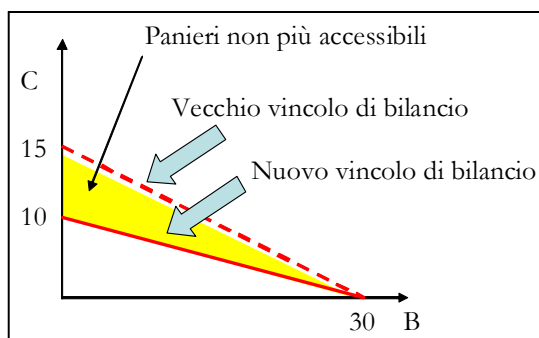
Si noti che, essendo rimasto invariato il prezzo dei biscotti al cioccolato, il rapporto relativo tra i prezzi è cambiato ($p'_b/p'_c = 1/3 \neq p_b/p_c = 1/2$) quanto sopra indica che vecchio e nuovo vincolo di bilancio **non** sono paralleli.

Formalmente il nuovo vincolo di bilancio è

$$p_b B + p'_c C = M \Rightarrow C = \frac{M}{p'_c} - \frac{p_b}{p'_c} B \Rightarrow C = 10 - \frac{1}{3}B$$

con pendenza $-p_b/p'_c = -1/3$, intercetta verticale $B=0, C=10$ ed intercetta orizzontale $B=30, C=0$.

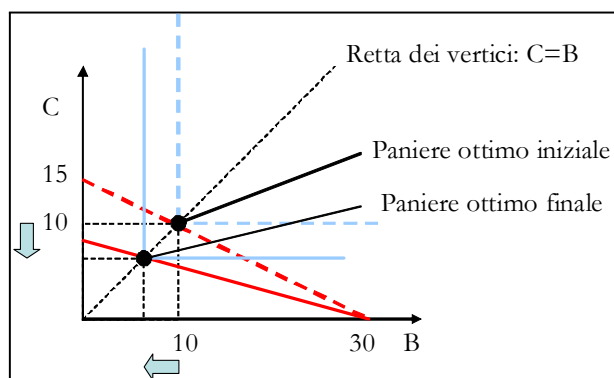
Dal momento che il reddito ed il prezzo dei biscotti non hanno subito variazioni, si verificherà una rotazione verso sinistra del vecchio vincolo con riduzione dell'intercetta verticale (l'intercetta orizzontale non si modifica). Nel grafico sottostante, accanto al vincolo di bilancio iniziale (vecchio vincolo) e a quello nuovo, sono rappresentati i panieri non più accessibili al consumatore a causa dell'aumento del prezzo delle ciliegie (area gialla)



(6) L'aumento del prezzo delle ciliegie riduce il numero di panieri di consumo cui il signor Bianchi ha accesso e non gli consente più di consumare il paniere ottimo trovato al punto 4. Tale paniere, infatti, richiederebbe ora un reddito pari a

$$p_b B^* + p'_c C^* = 2 \times 10 + 6 \times 10 = 80 > M = 60.$$

Dal momento che il signor Bianchi desidera consumare ciliegie e biscotti al cioccolato in rapporto fisso 1:1, l'aumento del prezzo delle ciliegie ridurrà sia il consumo di ciliegie che il consumo di biscotti. Graficamente



Esercizio 3. Valentina è un'appassionata d'arte e consuma tutto il suo reddito in biglietti del cinema (C) e del teatro (T). Le preferenze di Valentina possono essere rappresentate dalla seguente funzione di utilità $U(C, T) = C + 3T$ (indicate sull'asse verticale il bene T).

1. Definite e calcolate il saggio marginale di sostituzione tra biglietti del cinema e del teatro. Discutete il risultato ottenuto.
2. Stanti le preferenze di Valentina, che tipo di relazione sussiste tra biglietti del cinema e del teatro? Fornite una rappresentazione grafica della relativa mappa di curve di indifferenza (almeno tre curve).

Il biglietto del teatro costa 30 euro, mentre quello del cinema 6 euro ($p_t = 30$, $p_c = 6$).

3. Sapendo che il reddito di cui dispone Valentina è di 480 euro, scrivete e rappresentate graficamente il vincolo di bilancio di Valentina indicando chiaramente pendenza ed intercette.
4. Derivate analiticamente il paniere ottimo consumato da Valentina e fornite una rappresentazione grafica.

L'assessorato alla cultura di Milano vuole promuovere la cultura, offrendo un buono di 120 euro da spendere in biglietti del cinema e/o del teatro.

5. Come varia la scelta ottima di Valentina in seguito all'introduzione del buono? In particolare vi aspettate che Valentina spenda il buono interamente nel consumo del bene C, interamente nel consumo del bene T o in una combinazione dei due beni? Si argomenta la risposta.

6. Considerate lo stesso livello di reddito del punto 5. Se si verificasse un aumento del prezzo dei biglietti d'ingresso per il teatro, Valentina modificherebbe la sua scelta di consumo? Argomentate la risposta a mezzo grafico.

Esercizio 3. Soluzione. (1) Il saggio marginale di sostituzione (MRS) indica, in ogni punto della curva di indifferenza, il tasso al quale il consumatore è disposto a scambiare il bene misurato in ascissa con quello misurato in ordinata. Matematicamente l'MRS è pari al valore assoluto della pendenza della curva di indifferenza e al rapporto tra l'utilità marginale del bene in ordinata (MU_c) e l'utilità marginale del bene in ascissa (MU_t):

$$MRS_{ct} = \left| \frac{\Delta T}{\Delta C} \right| = \frac{MU_c}{MU_t} = \frac{1}{3}$$

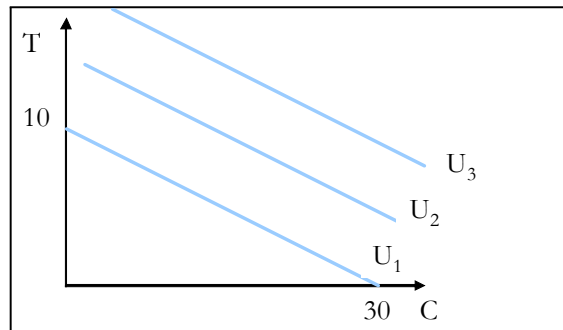
in quanto

$$MU_c = \frac{\partial U(C,T)}{\partial C} = 1 \text{ e } MU_t = \frac{\partial U(C,T)}{\partial T} = 3.$$

Il saggio marginale di sostituzione di Valentina è costante ad indicare che, qualunque sia il livello di consumo iniziale dei due beni, Valentina è sempre disposta a rinunciare ad una unità di bene T per 3 unità di bene C.

NB. A differenza del caso di preferenze di tipo Cobb-Douglas dove il saggio marginale di sostituzione è decrescente, in presenza di preferenze di tipo additivo, il saggio marginale di sostituzione non varia con i livelli di consumo.

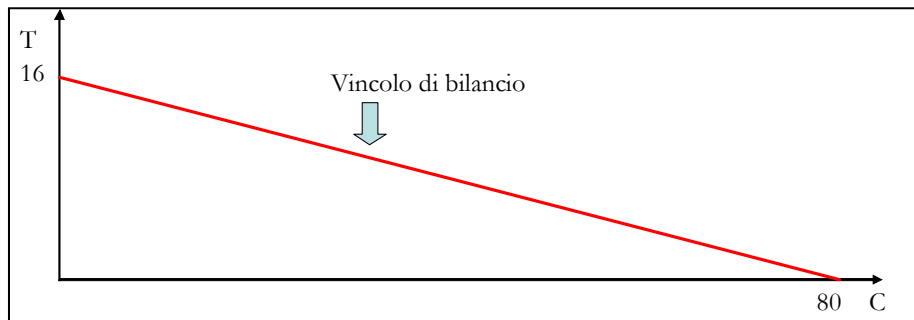
(2) La consumatrice considera biglietti del cinema e del teatro beni sostituti in quanto è disposta a **scambiarli** in rapporto fisso. La mappa delle curve di indifferenza di Valentina è



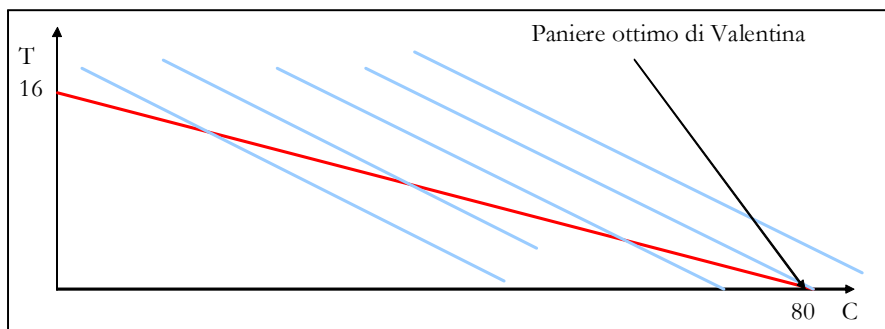
(3) Il vincolo di bilancio di Valentina è

$$p_t T + p_c C = M \Rightarrow T = \frac{M}{p_t} - \frac{p_c}{p_t} C \Rightarrow T = 16 - \frac{1}{5} C$$

da cui una pendenza pari a $-(p_c/p_t) = -(1/5)$, un'intercetta verticale $C = 0, T = 16$ ed un'intercetta orizzontale $C = 80, T = 0$.



(4) Secondo la *teoria della scelta razionale*, Valentina sceglierà all'interno dei panieri di consumo a lei accessibili, quello che le garantisce il massimo livello di soddisfazione. Graficamente



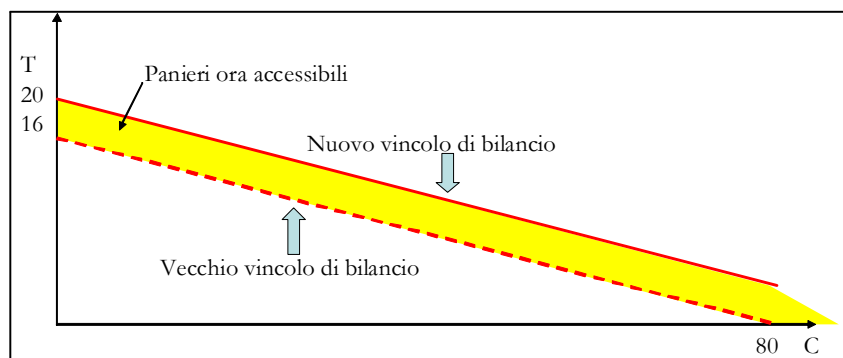
Dal momento che $MRS_{ct} > p_c/p_t$, ovvero il tasso al quale la consumatrice è disposta a scambiare bene T e bene C è maggiore del tasso al quale il mercato scambia bene T e bene C, Valentina decide di destinare integralmente il proprio reddito all'acquisto di biglietti d'ingresso per il cinema. Potrà così permettersi di acquistare

$$C^* = 80, T^* = 0$$

(5) Il vincolo di bilancio di Valentina a seguito dell'introduzione del buono diventerebbe

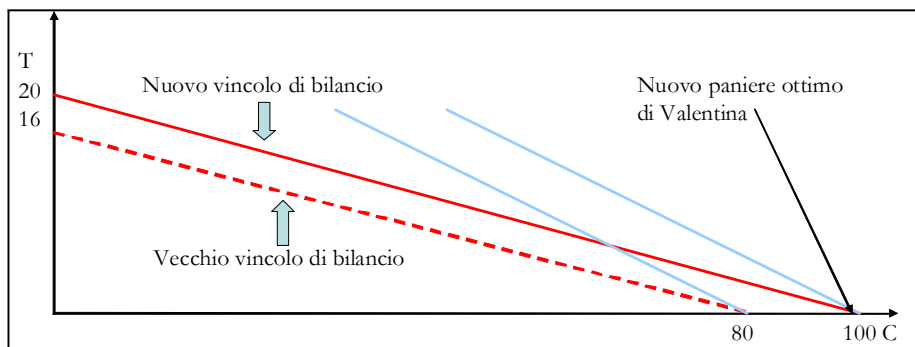
$$p_t T + p_c C = M + 120 \Rightarrow T = \frac{M+120}{p_t} - \frac{p_c}{p_t} C \Rightarrow T = 20 - \frac{1}{5} C$$

da cui una pendenza ancora pari a $-(p_c/p_t) = -(1/5)$, un'intercetta verticale $C = 0$, $T = 20$ ed un'intercetta orizzontale $C = 100$, $T = 0$. Il buono non modifica il rapporto relativo tra i prezzi dei due beni di consumo ed aumenta i panieri cui Valentina ha accesso: il vincolo di bilancio si sposta parallelamente verso l'esterno

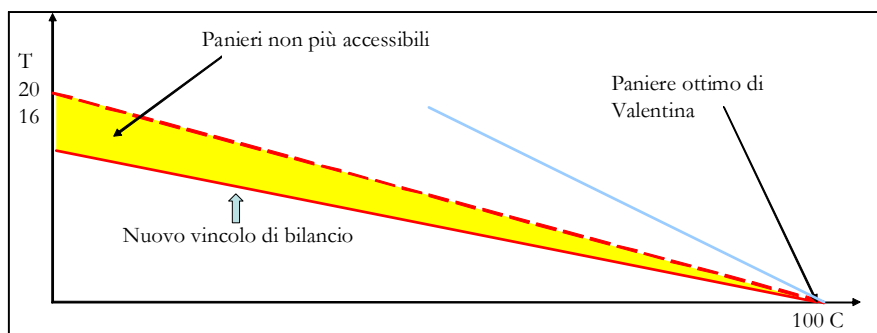


Dal momento che $MRS_{ct} > p_c/p_t$, ovvero il tasso al quale la consumatrice è disposta a scambiare bene T e bene C è maggiore del tasso al quale il mercato scambia bene T e bene C, Valentina decide - anche in presenza del buono - di destinare integralmente il proprio reddito all'acquisto di biglietti d'ingresso per il cinema. A seguito dell'introduzione del buono potrà però permettersi un maggior numero di biglietti:

$$C^{*t} = 80 + 20 = 100 > , T^* = 0$$



(6) L'aumento del prezzo dei biglietti d'ingresso a teatro comporterebbe una rotazione verso sinistra del vincolo di bilancio (che diventerebbe più piatto). Diminuirebbe l'intercetta verticale ma l'intercetta orizzontale non si modificherebbe: il paniere ottimo scelto da Valentina al punto 5 è ancora accessibile, $MRS_{ct} > p_c/p'_t$ (essendo $p'_t > p_t$) quindi Valentina non modifica la sua scelta. Graficamente



Esercizio 4. Il signore Bonaparte predilige far colazione bevendo sempre una tazza di cappuccino (X) per ogni 2 croissant (Y) mangiati; quindi le preferenze del nostro consumatore possono essere rappresentate dalla seguente funzione di utilità $U(X, Y) = \min \{2X; Y\}$. Il reddito settimanale che il signor Bonaparte destina alla colazione è pari a 10 euro. Il prezzo di una tazza di cappuccino è pari a 1 euro mentre il prezzo di un croissant è pari a 0,5 euro ($p_x = 1$; $p_y = 0,5$). Indicate sull'asse orizzontale il bene X.

1. Di che tipo di preferenze si tratta? Argomentate la risposta e date una rappresentazione grafica della mappa di curve di indifferenza (almeno tre curve).
2. Calcolate il paniere ottimo consumato dal signor Bonaparte e forniteme una

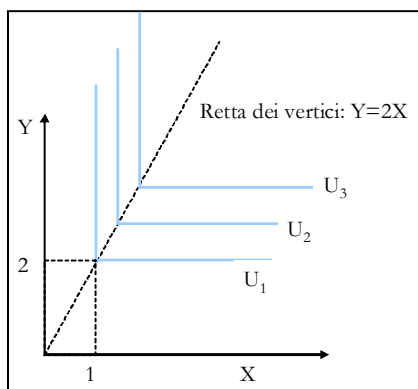
rappresentazione grafica. Quante volte alla settimana il signor Bonaparte può fare colazione bevendo cappuccino e mangiando croissant?

- Se volesse fare colazione tutti i giorni della settimana mangiando croissant e bevendo cappuccino, quale dovrebbe essere il suo reddito?

Supponete che il bar presso il quale il signor Bonaparte è solito fare colazione decida di incentivare le vendite con una riduzione del 50% dei prezzi di tutti i prodotti offerti. I nuovi prezzi di cappuccino e croissant sono $p'_x = 0,5$; $p_y = 0,25$.

- Scrivete e rappresentate graficamente il nuovo vincolo di bilancio del signor Bonaparte specificando pendenze ed intercetta.
- Fornite una rappresentazione grafica del nuovo paniere ottimo di consumo del signor Bonaparte.
- Se in risposta alla contrazione dei prezzi il consumatore decidesse di dimezzare il reddito destinato alla colazione, che paniere ottimo vi aspettereste di ottenere? Argomentate la risposta.

Esercizio 4. Soluzione. (1) Cappuccino e croissant sono per il signor Bonaparte perfetti complementi in quanto egli desidera consumarli sempre in rapporto fisso; in particolare il rapporto al quale il signor Bonaparte consuma i due beni è 2:1. Nel grafico sottostante la rappresentazione della mappa di curve di indifferenza.



(2) Dal momento che si tratta di beni perfetti complementi sappiamo che il paniere ottimo del consumatore si trova al punto di intersezione tra vincolo di bilancio e retta dei vertici delle curve di indifferenza. L'equazione del vincolo di bilancio di Bonaparte è

$$p_y Y + p_x X = M \Rightarrow Y = \frac{M}{p_y} - \frac{p_x}{p_y} X \Rightarrow Y = 20 - 2X$$

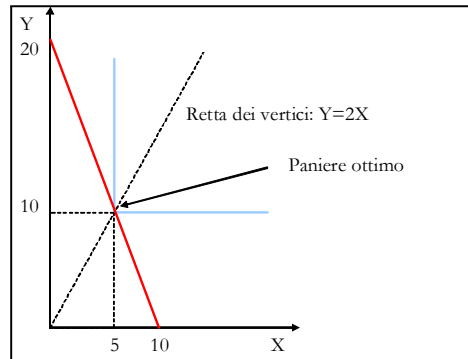
da cui una pendenza pari a $-(p_x/p_y) = -2$, un'intercetta verticale $X = 0, Y = 20$ ed un'intercetta orizzontale $X = 10, Y = 0$. L'equazione della retta dei vertici è

$$Y = 2X;$$

quindi per trovare il paniere ottimo del consumatore devo risolvere il sistema

$$\begin{cases} Y = 20 - 2X \\ Y = 2X \end{cases}$$

da cui $X^* = 5$, $Y^* = 10$. Il consumatore può quindi fare colazione a cappuccino e croissant 5 volte alla settimana. Graficamente il paniere ottimo è



(3) Far colazione tutti i giorni a cappuccino e croissant significa riuscire a consumare un paniere contenente $X^{**} = 7$, $Y^{**} = 14$. Tale paniere costerebbe al signor Bonaparte

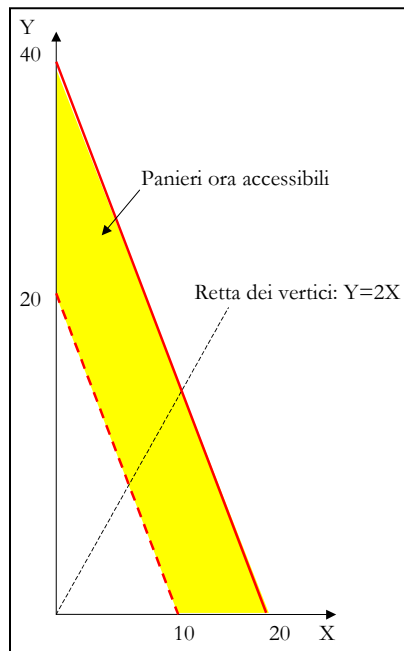
$$p_y Y^{**} + p_x X^{**} = \frac{1}{2} \times 14 + 1 \times 7 = 14$$

dunque solo se il signor Bonaparte disponesse di 14 euro, potrebbe permettersi di far colazione tutti i giorni a cappuccino e croissant.

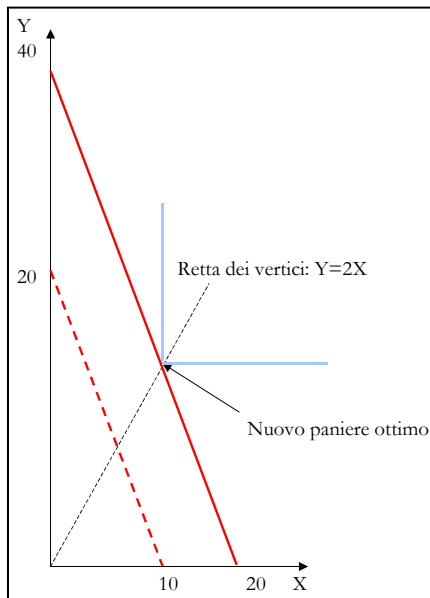
(4) La contrazione dei prezzi rende il consumatore relativamente più ricco in quanto può permettersi panieri che inizialmente non erano a lui accessibili. Dal momento che entrambi i prezzi sono dimezzati, non cambia il rapporto relativo tra gli stessi ($p'_x/p'_y = p_x/p_y = 2$) dunque il nuovo vincolo di bilancio è parallelo a quello vecchio ma più lontano dall'origine (sia l'intercetta verticale che quella orizzontale aumentano, la prima è $X = 0$, $Y = 40$ e la seconda $X = 20$, $Y = 0$). Formalmente, a seguito della promozione il vincolo di bilancio del signor Bonaparte diventa

$$p'_y Y + p'_x X = M \Rightarrow Y = \frac{M}{p'_y} - \frac{p'_x}{p'_y} X \Rightarrow Y = 40 - 2X$$

da cui la seguente rappresentazione grafica (in giallo i panieri divenuti ora accessibili)



(5) Graficamente il nuovo paniere ottimo di Bonaparte è



(6) Se il consumatore decidesse di ridurre del 50% il reddito destinato alla colazione, stante la contrazione del 50% dei prezzi di cappuccino e croissant, tornerebbe a consumare lo stesso paniere trovato al punto 2. Una variazione nella medesima percentuale di prezzi e reddito non modifica la scelta ottima del consumatore in quanto non modifica il suo vincolo di bilancio.

Esercizio 5. Giovanna consuma cioccolata (C) e fiori (F). Il prezzo della cioccolata è pari 4 euro al Kg e quello dei fiori 7 euro al mazzo ($p_c = 4$; $p_f = 7$). Inoltre le preferenze di Giovanna per questi due beni possono essere rappresentate dalla seguente funzione di utilità: $U(C, F) = CF$

1. Scrivete il vincolo di bilancio di Giovanna sapendo che il reddito di cui la consumatrice dispone è di 280 euro settimanali, e forniteme una rappresentazione grafica indicando chiaramente intercette e pendenza (indicate sull'asse verticale il bene F).
2. Stanti le preferenze della consumatrice, vi aspettate che il suo paniere ottimo contenga solo cioccolata, solo fiori o una combinazione di entrambi i beni? Argomentate.
3. Quale sarà il paniere ottimo scelto da Giovanna? Derivate analiticamente la quantità ottima consumata dei due beni e forniteme una rappresentazione nel grafico precedente.

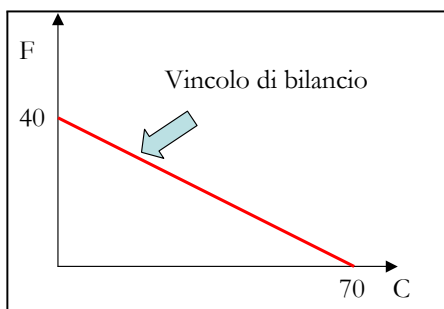
Giovanna riceve prima delle vacanze estive un aumento di stipendio, il suo nuovo reddito è pari a 350 euro.

4. Come varierà la quantità di cioccolata e fiori che Giovanna vorrà acquistare? Calcolate il nuovo paniere ottimo di consumo e rappresentatelo graficamente.

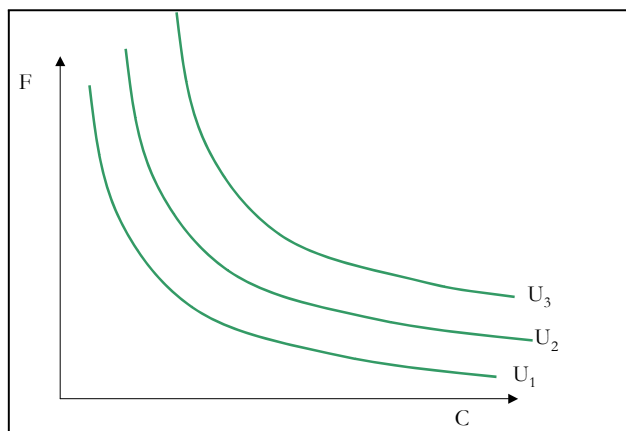
Esercizio 5. Soluzione. (1) Il vincolo di bilancio di Giovanna è

$$p_c C + p_f F = M \Rightarrow F = \frac{M}{p_f} - \frac{p_c}{p_f} C \Rightarrow F = 40 - \frac{4}{7} C$$

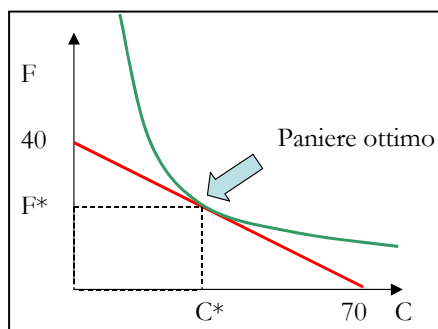
da cui una pendenza ancora pari a $-(p_c/p_f) = -(4/7)$, un'intercetta verticale $C = 0$, $F = 40$ ed un'intercetta orizzontale $C = 70$, $F = 0$.



(2) Dal momento che la consumatrice si caratterizza per preferenze di tipo Cobb-Douglas e dunque manifesta una predilezione per la varietà (il saggio marginale di sostituzione - $MRS_{cf} = F/C$ - è decrescente), il paniere ottimo si caratterizzerà per la presenza sia di cioccolata che di fiori. La mappa delle curve di indifferenza di Giovanna è



(3) Il paniere ottimo di Giovanna si trova nel punto di tangenza tra vincolo di bilancio e curve di indifferenza della consumatrice (vedi grafico sottostante)



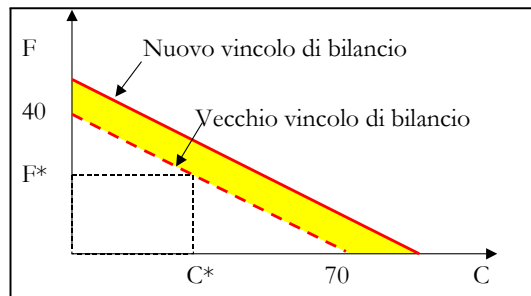
Formalmente

$$\begin{cases} \text{vincolo di bilancio} \\ \text{condizione di tangenza VdB e CdI} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F = \frac{M}{p_f} - \frac{p_c}{p_f} C \\ MRS = \frac{p_c}{p_f} \end{cases}$$

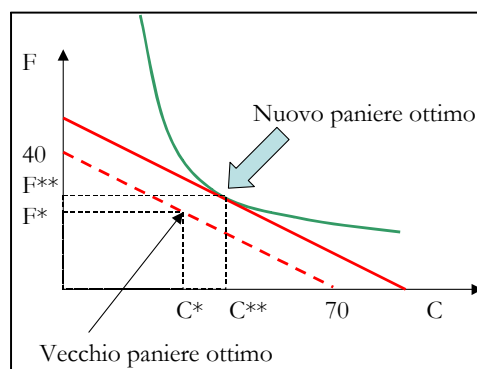
da cui

$$\begin{cases} F = 40 - \frac{4}{7}C \\ \frac{F}{C} = \frac{4}{7} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{4}{7}C = 40 - \frac{4}{7}C \\ F = \frac{4}{7}C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C^* = 35 \\ F^* = 20 \end{cases}$$

(4) L'aumento di reddito si traduce in uno spostamento (in parallelo) del vincolo di bilancio che sia allontana dall'origine degli assi. Il nuovo vincolo si caratterizzerà per intercette superiori a quelle del vincolo iniziale ma per una analoga pendenza. I panieri accessibili a Giovanna aumentano e la consumatrice, data la preferenza per la varietà, destinerà parte del nuovo reddito nell'acquisto di cioccolata e parte nell'acquisto di fiori. Graficamente il vincolo di bilancio si modifica come sotto (in giallo sono rappresentati i panieri ora divenuti accessibili)



Il paniere ottimo di Giovanna sarà



Formalmente

$$\begin{cases} \text{Nuovo vincolo di bilancio} \\ \text{condizione di tangenza VdB e CdI} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F = \frac{M'}{p_f} - \frac{p_c}{p_f} C \\ MRS = \frac{p_c}{p_f} \end{cases}$$

da cui

$$\begin{cases} F = 50 - \frac{4}{7}C \\ \frac{F}{C} = \frac{4}{7} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{4}{7}C = 50 - \frac{4}{7}C \\ F = \frac{4}{7}C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C^{**} = \frac{175}{4} \simeq 44 \\ F^{**} = 25 \end{cases}$$

Esercizio 6.

1. Si discuta la validità della seguente affermazione: "al fine di massimizzare l'utilità un consumatore deve scegliere un paniere in corrispondenza del quale il saggio marginale di sostituzione è uguale al rapporto fra i prezzi dei due beni".

Considerate quindi il seguente esercizio. La signora Violante ha preferenze rappresentabili attraverso la seguente funzione di utilità: $U(X, Y) = X + Y$, dove X sono scarpe mocassini ed Y sono scarpe col tacco.

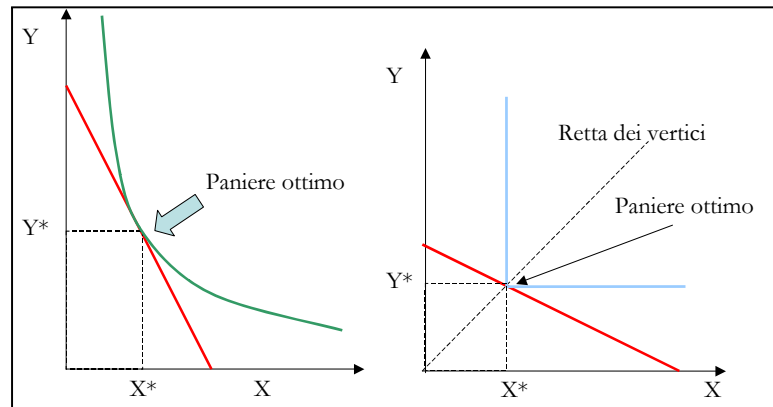
2. Di che tipo di preferenze si tratta? Si argomenta la risposta.
3. Si fornisca una rappresentazione grafica della mappa di curve di indifferenza (si misuri sull'asse verticale il bene Y).
4. Supponete che la signora Violante disponga di 100 euro da destinare all'acquisto di scarpe. Scrivete (e rappresentate graficamente specificando intercette e pendenza) il vincolo di bilancio della consumatrice nel caso in cui il prezzo dei mocassini sia di 10 euro e quello delle scarpe col tacco sia di 20 euro ($p_x = 10$; $p_y = 20$).

5. Trovate la quantità di mocassini e di scarpe col tacco acquistata dalla signora Violante.
6. Cosa accadrebbe al paniere ottimo scelto dalla signora Violante se prezzo dei mocassini aumentasse del 100%? Si argomenta la risposta.

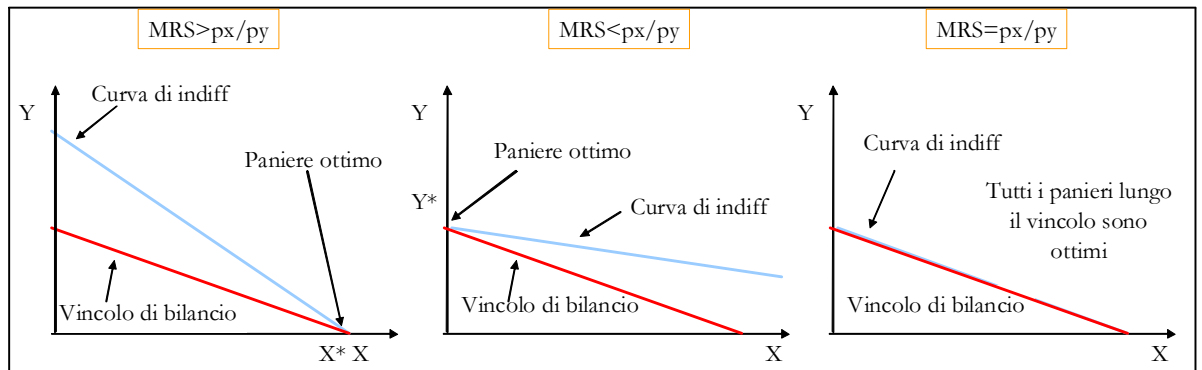
Esercizio 6. Soluzione. (1) Secondo la *teoria della scelta razionale* (che è alla base di tutte le decisioni individuali d'acquisto), un consumatore razionale sceglie tra tutti i panieri a lui accessibili, quello caratterizzato dalla combinazione di beni di consumo che rende massima la sua soddisfazione. Il paniere ottimo si troverà dunque sulla curva di indifferenza "più alta" stante il vincolo di spesa. A seconda delle preferenze si potranno verificare le seguenti situazioni.

Nel primo grafico sotto a sinistra (con preferenze di tipo Cobb-Douglas) in corrispondenza del paniere ottimo viene verificata la condizione di tangenza tra vincolo di bilancio e curva di indifferenza (e quindi *il saggio marginale di sostituzione è uguale al rapporto fra i prezzi dei due beni*); in tutti gli altri casi sotto illustrati tale condizione non è verificata.

Infatti. Con preferenze alla Leontief (beni perfetti complementi) la scelta ottima è nel vertice della curva di indifferenza più alta e in tale punto angoloso il saggio marginale di sostituzione non è definito (grafico sotto a destra).

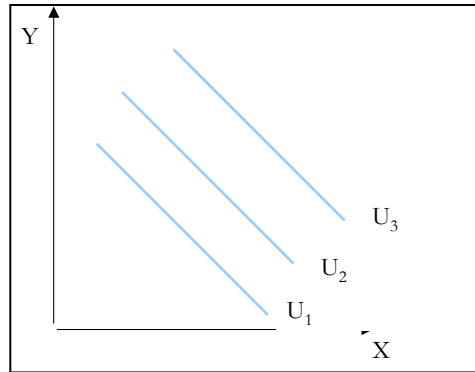


Con preferenze di tipo additivo (beni perfetti sostituti) il saggio marginale è una costante e solo in un caso particolare è verificata la condizione di tangenza (terzo caso sotto raffigurato).



(2) Stante la forma delle preferenze della signora Violante (da cui un saggio marginale di sostituzione tra mocassini e scarpe col tacco costano), si evince che i due beni considerati sono per la consumatrice perfetti sostituti.

(3) La mappa delle curve di indifferenza è



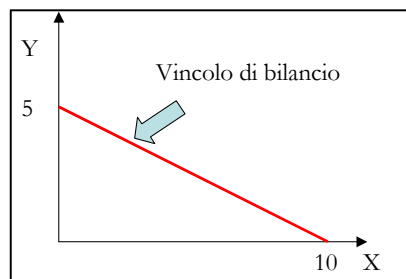
essendo il saggio marginale di sostituzione pari a

$$MRS_{xy} = 1$$

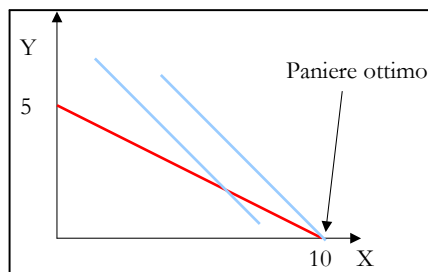
(4) Il vincolo di bilancio della signora Violante è

$$p_y Y + p_x X = M \Rightarrow Y = \frac{M}{p_y} - \frac{p_x}{p_y} X \Rightarrow Y = 5 - \frac{1}{2} X$$

e si caratterizza per una pendenza pari a $-(p_x/p_y) = -(1/2)$; un'intercetta verticale pari a $X = 0, Y = 5$ ed una orizzontale $X = 10, Y = 0$. Graficamente



(5) Graficamente il paniere ottimo della signora Violante è



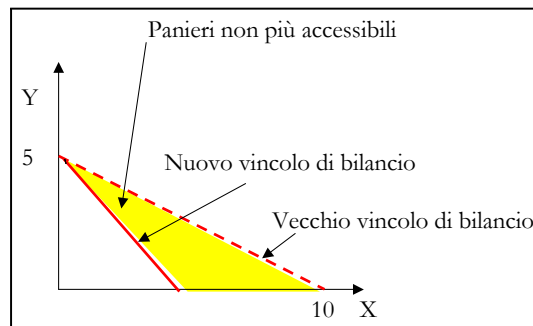
dunque la consumatrice destinerà tutto il suo reddito all'acquisto di mocassini

$$X^* = \frac{M}{p_x} = 10 \text{ e } Y^* = 0.$$

(6) Se il prezzo dei mocassini dovesse aumentare, il paniere ottimo trovato al punto 5 non potrebbe più essere consumato dalle signora Violante in quanto non potrebbe più permetterselo:

$$X^* p'_x > X^* p_x = M$$

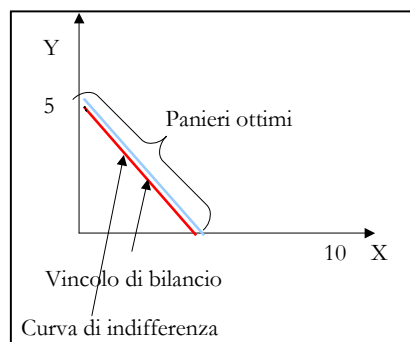
L'aumento del prezzo dei mocassini comporta una rotazione del vincolo di bilancio verso l'origine (non cambia l'intercetta verticale ma si riduce l'intercetta orizzontale e aumenta la pendenza del vincolo). Nel grafico sottostante sono riportati vecchio e nuovo vincolo di bilancio (in giallo l'area che include i panieri divenuti non accessibili a causa dell'aumento di prezzo)



Si noti che a seguito dell'aumento, il prezzo dei mocassini verrebbe a coincidere con il prezzo delle scarpe col tacco

$$p'_x = p_x + 100\% \times p_x = 40 = p_y$$

che implica una pendenza del vincolo di bilancio pari a $-p'_x/p_y = -1$. A seguito dell'aumento del 100% del prezzo dei mocassini, il tasso al quale ora il mercato scambia mocassini e scarpe col tacco viene a coincidere con il tasso al quale la consumatrice scambia mocassini e scarpe col tacco ($MRS = 1 = p'_x/p_y$). Il vincolo di bilancio e le curve di indifferenza della signora Violante sono rette parallele tra loro e tutti i panieri che appartengono al vincolo di bilancio sono quindi panieri ottimi per la consumatrice.



Parte II: esercizi consigliati dal libro di testo

Frank, R.H. (2010) *Microeconomia*, McGraw-Hill, Milano, 2010 - Capitolo 3, pp. 84, 85, 86.

1. Domande di ripasso: Tutte.
2. Problemi: Tutti con i seguenti accorgimenti:
 - (a) con riferimento al **problema 11**, si supponga che la funzione di utilità che descrive le preferenze di Paola sia $U(T, C) = 3T + C$ dove T indica i biglietti per il e C i biglietti per il cinema;
 - (b) con riferimento al **problema 13**, si supponga che la funzione di utilità che descrive le preferenze di Boris sia $U(C, L) = \min \{C; 4L\}$ dove C indica le parti di caffè e L quelle di latte;
 - (c) con riferimento al **problema 22**, si supponga che la funzione di utilità che descrive le preferenze del consumatore rappresentativo sia $U(X, Y) = \alpha X + Y$ dove X ed Y sono i due beni presenti nell'economia.