

ELASTICITÀ

Esercizio 1

Data la funzione di domanda:

$$q = 8 - \frac{1}{2}p^3$$

Dire se partendo da un livello di prezzo $p_1 = 1.5$, al produttore converrà aumentare il prezzo fino al livello $p_2 = 2$.

Sarebbe conveniente per il produttore aumentare ulteriormente il prezzo nella stessa misura del caso precedente?

SOLUZIONE

La quantità di prodotto venduta per $p = 1.5$ è 6.3125, per il prezzo pari a 2 invece è 4. L'elasticità della domanda sarà pari a:

$$\left| \frac{\frac{4 - 6.3125}{6.3125}}{\frac{2 - 1.5}{1.5}} \right| = 1.099 > 1$$

La domanda è elastica, al produttore non converrà aumentare il prezzo.

La quantità venduta per $p = 2.5$ è 0.1875. L'elasticità totale sarà:

$$\left| \frac{\frac{0.1875 - 4}{4}}{\frac{2.5 - 2}{2}} \right| = 3.8125 > 1$$

La domanda è elastica, quindi un aumento di prezzo è sconsigliato.

Esercizio 2

1) Data la funzione di domanda:

$$q = 8 - \frac{1}{2}p^3$$

Dire se partendo da un livello di prezzo $p_1 = 1.5$, al produttore converrà aumentare il prezzo fino al livello $p_2 = 2$.

Sarebbe conveniente per il produttore aumentare ulteriormente il prezzo nella stessa misura del caso precedente?

SOLUZIONE

La quantità di prodotto venduta per $p = 1.5$ è 6.3125, per il prezzo pari a 2 invece è 4. L'elasticità della domanda sarà pari a:

$$\left| \frac{\frac{4 - 6.3125}{6.3125}}{\frac{2 - 1.5}{1.5}} \right| = 1.099 > 1$$

La domanda è elastica, al produttore non converrà aumentare il prezzo.

La quantità venduta per $p = 2.5$ è 0.1875. L'elasticità totale sarà:

$$\left| \frac{\frac{0.1875 - 4}{4}}{\frac{2.5 - 2}{2}} \right| = 3.8125 > 1$$

La domanda è elastica, quindi un aumento di prezzo è sconsigliato.

Esercizio 3

Data la funzione di domanda di un bene:

$$Q(p) = 1100 - 5p$$

Indicare, tramite il calcolo delle elasticità, se per il produttore sarà conveniente diminuire il prezzo da $p_1=110$ a $p_2=90$.

Un'ulteriore diminuzione da $p_2 = 90$ a $p_3 = 70$ sarebbe conveniente?

SOLUZIONE

L'elasticità della domanda si ottiene dal rapporto in valore assoluto tra la variazione percentuale della quantità domandata e la variazione percentuale del prezzo:

$$E = \left| \frac{\frac{Q(p_2) - Q(p_1)}{Q(p_1)}}{\frac{p_2 - p_1}{p_1}} \right| = \left| \frac{\frac{1100 - 5 \cdot 90 - 1100 + 5 \cdot 110}{1100 - 5 \cdot 110}}{\frac{90 - 110}{110}} \right| = \left| \frac{\frac{-450 + 550}{550}}{\frac{-20}{110}} \right| =$$

$$\left| \frac{100}{550} \cdot \frac{110}{-20} \right| = |-1| = 1$$

Il produttore sarà indifferente alla variazione di prezzo.

$$E = \left| \frac{\frac{Q(p_3) - Q(p_2)}{Q(p_2)}}{\frac{p_3 - p_2}{p_2}} \right| = \left| \frac{\frac{1100 - 5 \cdot 70 - 1100 + 5 \cdot 90}{1100 - 5 \cdot 90}}{\frac{70 - 90}{90}} \right| = \left| \frac{\frac{-350 + 450}{650}}{\frac{-20}{90}} \right| =$$

$$\left| \frac{100}{650} \cdot \frac{90}{-20} \right| = |-0,692| = 0,692 < 1$$

La domanda è anelastica, ad una diminuzione di prezzo corrisponderà un aumento meno che proporzionale della quantità venduta.

Esercizio 4

Data la funzione di domanda inversa:

$$p = 12 - 0,3q$$

Dire se partendo da un livello di prezzo $p_1 = 3$, al produttore converrà aumentare il prezzo di 3.

Partendo dal secondo livello di prezzo, al produttore converrà apportare un nuovo aumento di prezzo dello stesso importo?

SOLUZIONE

La funzione di domanda è

$$q = 40 - \frac{p}{0,3}$$

La quantità di prodotto venduta per $p = 3$ è 30, il secondo prezzo sarà pari a 6 a cui corrisponde una quantità pari a 20. L'elasticità della domanda sarà pari a:

$$\left| \frac{\frac{20 - 30}{30}}{\frac{6 - 3}{3}} \right| = 0,5 < 1$$

La domanda è anelastica, al produttore converrà aumentare il prezzo.

Se aumentiamo ulteriormente il prezzo di 3 unità la quantità venduta sarà pari a 10. L'elasticità totale sarà:

$$\left| \frac{\frac{10 - 20}{20}}{\frac{9 - 6}{6}} \right| = 1$$

Per il produttore sarà indifferente aumentare o meno il prezzo.

Esercizio 5

Data la funzione di domanda:

$$q = 32 - \frac{1}{2}p^2$$

Dire se partendo da un livello di prezzo $p_1 = 4$, al produttore converrà aumentare il prezzo fino al livello $p_2 = 5$.

Sarebbe conveniente per il produttore aumentare ulteriormente il prezzo nella stessa misura del caso precedente?

SOLUZIONE

La quantità di prodotto venduta per $p = 4$ è 24, per il prezzo pari a 5 invece è 19,5. L'elasticità della domanda sarà pari a:

$$\left| \frac{\frac{19,5 - 24}{24}}{\frac{5 - 4}{4}} \right| = 0,75 < 1$$

La domanda è anelastica, al produttore converrà aumentare il prezzo.

La quantità venduta per $p = 6$ è 14. L'elasticità totale sarà:

$$\left| \frac{\frac{14 - 19,5}{19,5}}{\frac{6 - 5}{5}} \right| = 1,41 > 1$$

La domanda è elastica, quindi un aumento di prezzo è sconsigliato.

SCELTE DEL CONSUMATORE

Esercizio 1

Data la funzione di utilità

$$U(x_1, x_2) = 8x_1 \cdot x_2$$

il reddito $Y = 24$, il prezzo del bene 1 $p_1 = 3$ e il prezzo del bene 2 $p_2 = 2$, calcolare:

- la scelta ottimale del consumatore;
- spiegare se il paniere $(6,3)$ è accessibile al consumatore;
- Se il reddito del consumatore aumenta fino al livello $Y = 30$ e il prezzo del bene 2 aumenta fino al livello $p_2 = 3$, calcolare la nuova scelta ottimale del consumatore e dire se egli incrementerà la sua utilità.

SOLUZIONI

- Le utilità marginali dei due beni sono:

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} = 8x_2$$

$$\frac{\partial U}{\partial x_2} = 8x_1$$

Per trovare la soluzione le equazioni di riferimento saranno:

$$\frac{8x_2}{8x_1} = \frac{3}{2}$$

$$24 = 3x_1 + 2x_2$$

Mettendo a sistema queste due equazioni otteniamo:

$$x_1 = 4; x_2 = 6$$

- La spesa per acquistare il paniere $(6,3)$ sarà pari a $3 \cdot 6 + 2 \cdot 3 = 24$, quindi nelle disponibilità del consumatore.
- Le utilità marginali non varieranno, ma varia solo il vincolo di bilancio, il sistema da risolvere sarà formato da:

$$\frac{8x_2}{8x_1} = \frac{3}{3}$$

$$30 = 3x_1 + 3x_2$$

La soluzione sarà data da:

$$x_1 = 5; x_2 = 5$$

L'utilità nel primo caso sarà pari a 192, nel secondo caso a 200.

Esercizio 2

Un agente ha la seguente funzione di utilità individuale:

$$U(x_1, x_2) = 4x_1 \cdot x_2$$

Se dispone di un reddito $Y = 8$ in un mercato in cui il prezzo del bene 1 $p_1=1$ e il prezzo del bene 2 $p_2=4$,

- Quale sarà la sua scelta ottimale;
- mostrare come la scelta ottimale varia se il reddito sale a $Y = 12$

SOLUZIONE:

- La scelta ottima sarà data dalla combinazione di beni, tra tutte quelle acquistabili tenendo conto del vincolo di bilancio, per cui il saggio marginale di sostituzione (SMS) è pari al rapporto tra i prezzi.

Il vincolo di bilancio sarà:

$$Y = p_1x_1 + p_2x_2$$

$$8 = x_1 + 4x_2$$

Il SMS è dato dal rapporto delle utilità marginali,

$$\frac{\Delta U}{\Delta x_1} = 4x_2$$

$$\frac{\Delta U}{\Delta x_2} = 4x_1$$

$$SMS = \frac{\Delta U / \Delta x_1}{\Delta U / \Delta x_2} = \frac{4x_2}{4x_1} = \frac{x_2}{x_1}$$

Il rapporto tra i prezzi sarà:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{4}$$

La scelta ottimale sarà data dalla soluzione del seguente sistema di equazioni:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{1}{4};$$

$$8 = x_1 + 4x_2$$

Con pochi passaggi nella prima equazione troviamo:

$$x_1 = 4x_2$$

Sostituendo il risultato nella seconda equazione otteniamo:

$$8 = 4x_2 + 4x_2$$

E quindi:

$$x_2 = \frac{8}{8} = 1$$

Riportiamo il risultato nella prima equazione ed otteniamo:

$$x_1 = 4x_2 = 4 \cdot 1 = 4$$

La scelta ottimale sarà la combinazione di beni:

$$x_1 = 4; x_2 = 1.$$

- b) La variazione del reddito non influisce sul SMS e sul rapporto tra i prezzi, influisce solo sulla forma del vincolo di bilancio; il nuovo sistema di equazioni sarà:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{1}{4};$$

$$12 = x_1 + 4x_2$$

La quantità ottima del bene x_2 sarà data da:

$$12 = 4x_2 + 4x_2$$

$$12 = 8x_2$$

$$x_2 = \frac{3}{2}$$

Di conseguenza la quantità di bene x_1 scelta sarà:

$$x_1 = 4x_2 = 4 \cdot \frac{3}{2} = 6$$

Esercizio 3

Un agente ha la seguente funzione di utilità individuale:

$$U(x_1, x_2) = 2x_1 \cdot x_2 + 0,5x_1^2 + 5x_2^2$$

Se dispone di un reddito $Y = 20$ in un mercato in cui il prezzo del bene 1 $p_1=1$ e il prezzo del bene 2 $p_2=5$,

- Quale sarà la sua scelta ottimale;
- Mostrare come varia la scelta ottimale se il reddito prezzo del 2 scende a $p_2^*=4$: quali effetti si verificano in questo caso?

SOLUZIONE:

- La scelta ottima sarà data dalla combinazione di beni, tra tutte quelle acquistabili tenendo conto del vincolo di bilancio, per cui il saggio marginale di sostituzione (SMS) è pari al rapporto tra i prezzi.

Il vincolo di bilancio sarà:

$$Y = p_1x_1 + p_2x_2$$

$$20 = x_1 + 5x_2$$

Il SMS è dato dal rapporto delle utilità marginali,

$$\frac{\Delta U}{\Delta x_1} = 2x_2 + x_1$$

$$\frac{\Delta U}{\Delta x_2} = 2x_1 + 10x_2$$

$$SMS = \frac{\Delta U / \Delta x_1}{\Delta U / \Delta x_2} = \frac{2x_2 + x_1}{2x_1 + 10x_2}$$

Il rapporto tra i prezzi sarà:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{5}$$

La scelta ottimale sarà data dalla soluzione del seguente sistema di equazioni:

$$\frac{2x_2 + x_1}{2x_1 + 10x_2} = \frac{1}{5};$$

$$20 = x_1 + 5x_2$$

Con pochi passaggi nella prima equazione troviamo:

$$3x_1 = 0$$

Il che ci suggerisce che il consumatore preferirà non acquistare nessuna unità del bene 1. La scelta ottimale sarà la combinazione di beni:

$$x_1 = 0; x_2 = 4.$$

- b) La variazione del prezzo non influisce sul SMS ma varieranno il rapporto tra i prezzi e il vincolo di bilancio. Il nuovo sistema di equazioni sarà:

$$\frac{2x_2 + x_1}{2x_1 + 10x_2} = \frac{1}{4};$$

$$20 = x_1 + 4x_2$$

La quantità ottima del bene x_2 sarà data da:

$$2(20 - 4x_2) - 2x_2 = 0$$

$$40 = 10x_2$$

$$x_2 = 10$$

Di conseguenza la quantità di bene x_1 scelta sarà:

$$x_1 = 20 - 4x_2 = 20 - 4 \cdot 4 = 4$$

Esercizio 4

Un agente ha la seguente funzione di utilità individuale:

$$U(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2 + 2x_1^2 + x_2^2 + 3x_2$$

Se dispone di un reddito $Y = 30$ in un mercato in cui il prezzo del bene 1 $p_1=2$ e il prezzo del bene 2 $p_2=3$,

- Quale sarà la sua scelta ottimale;
- Mostrare come varia la scelta ottimale se il reddito diventa pari a $Y^*=38$: quali effetti si verificano in questo caso?

SOLUZIONE:

- La scelta ottima sarà data dalla combinazione di beni, tra tutte quelle acquistabili tenendo conto del vincolo di bilancio, per cui il saggio marginale di sostituzione (SMS) è pari al rapporto tra i prezzi.

Il vincolo di bilancio sarà:

$$Y = p_1x_1 + p_2x_2$$

$$30 = 2x_1 + 3x_2$$

Il SMS è dato dal rapporto delle utilità marginali,

$$\frac{\Delta U}{\Delta x_1} = x_2 + 4x_1$$

$$\frac{\Delta U}{\Delta x_2} = x_1 + 2x_2 + 3$$

$$SMS = \frac{\Delta U / \Delta x_1}{\Delta U / \Delta x_2} = \frac{x_2 + 4x_1}{x_1 + 2x_2 + 3}$$

Il rapporto tra i prezzi sarà:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{2}{3}$$

La scelta ottimale sarà data dalla soluzione del seguente sistema di equazioni:

$$\frac{x_2 + 4x_1}{x_1 + 2x_2 + 3} = \frac{2}{3};$$

$$30 = 2x_1 + 3x_2$$

Con pochi passaggi nella prima equazione troviamo che la scelta ottimale sarà:

$$x_1 = 1,5; x_2 = 9.$$

- b) La variazione del reddito non influisce sul SMS e sul rapporto tra i prezzi ma varierà il vincolo di bilancio. Il nuovo sistema di equazioni sarà:

$$\frac{x_2 + 4x_1}{x_1 + 2x_2 + 3} = \frac{2}{3};$$

$$38 = 2x_1 + 3x_2$$

La nuova scelta ottimale sarà:

$$x_1 = 7/4; x_2 = 11,5.$$

Esercizio 5

Data la funzione di utilità:

$$U(x_1; x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2$$

Determinare la quantità di ogni bene scelta dal consumatore se dispone di un reddito $Y = 93$ e i prezzi dei beni sono $p_1 = 2$ e $p_2 = 5$.

Come varia la scelta del consumatore se reddito Y viene ridotto di $1/3$?

Il vincolo di bilancio sarà:

$$Y = p_1x_1 + p_2x_2$$

$$93 = 2x_1 + 5x_2$$

Il SMS è dato dal rapporto delle utilità marginali,

$$\frac{\Delta U}{\Delta x_1} = 4x_1$$

$$\frac{\Delta U}{\Delta x_2} = 6x_2$$

$$SMS = \frac{\Delta U / \Delta x_1}{\Delta U / \Delta x_2} = \frac{4x_1}{6x_2}$$

Il rapporto tra i prezzi sarà:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{2}{5}$$

La scelta ottimale sarà data dalla soluzione del seguente sistema di equazioni:

$$\frac{4x_1}{6x_2} = \frac{2}{5};$$

$$93 = 2x_1 + 5x_2$$

La scelta del consumatore sarà:

$$x_1 = 9$$

$$x_2 = 15$$

Se il reddito viene ridotto fino a $Y=62$ le preferenze relative del consumatore non cambieranno e quindi ridurrà proporzionalmente al reddito il consumo dei due beni:

$$x_1 = 6$$

$$x_2 = 10$$

CONCORRENZA PERFETTA

Esercizio 1

In un mercato di concorrenza perfetta operano 150 imprese identiche caratterizzate dalla funzione di costo totale (per la singola impresa):

$$CT(q) = 1,5q^2 + 5q + 20$$

La domanda di mercato è invece data da:

$$Q^D = 1750 - 50p$$

Determinare:

- La curva di offerta della singola impresa e dell'intero mercato;
- La quantità di prodotto che massimizza il profitto della singola impresa e il profitto della singola impresa;
- Se ci trovassimo in un mercato di monopolio con la stessa curva di domanda del mercato, partendo dal prezzo trovato nel punto b, all'imprenditore converrebbe fissare il prezzo pari a $p_2=30$.

SOLUZIONE

- La curva di offerta della singola impresa è data dalla parte di curva di costo marginale che eccede il costo medio variabile, quindi confrontiamo il costo marginale e il costo medio variabile:

$$COSTO MARGINALE > COSTO MEDIO VARIABILE$$

$$3q + 5 > 1,5q + 5$$

Sempre vera per $q > 0$

La curva di offerta della singola impresa sarà:

$$p = 3q + 5$$
$$q = \frac{p - 5}{3}$$

Poiché le imprese sono tutte uguali, la curva di offerta di mercato sarà data da:

$$Q^O = 150 \cdot \frac{p - 5}{3}$$

- Per calcolare la quantità che massimizza il profitto dell'impresa abbiamo bisogno di calcolare il prezzo di mercato, che otteniamo dall'incontro di domanda e offerta:

$$150 \cdot \frac{p - 5}{3} = 1750 - 50p$$

$$p = 20$$

Per ottenere la quantità ottima poniamo il prezzo uguale al costo marginale della singola impresa:

$$3q + 5 = 20$$
$$q = 5$$

Il profitto si ottiene sottraendo i costi ai ricavi:

$$\pi = q \cdot p - CT$$
$$\pi = 17,5$$

- Al nuovo prezzo $p_2=30$, la quantità domandata sarà:

$$Q_2(p_2) = 1750 - 50 \cdot 30 = 250$$

Per il prezzo precedente $p_1=20$ invece avremo:

$$Q_1(p_1) = 1750 - 50 \cdot 20 = 750$$

L'indice di elasticità della domanda sarà pari a:

$$E = \left| \frac{\frac{Q^*(p_2) - Q^*(p_1)}{Q^*(p_1)}}{\frac{p_2 - p_1}{p_1}} \right| = \left| \frac{\frac{250 - 750}{750}}{\frac{30 - 20}{20}} \right| = \frac{4}{3} > 1$$

La domanda è elastica, al produttore non converrà aumentare il prezzo.

Esercizio 2

In un mercato di concorrenza perfetta operano 110 imprese identiche caratterizzate dalla funzione di costo totale (per la singola impresa):

$$CT(q) = 2q^2 + 5q + 18$$

La domanda di mercato è invece data da:

$$Q^D = 800 - 10p$$

Determinare:

- La curva di offerta della singola impresa e dell'intero mercato;
- La quantità di prodotto che massimizza il profitto della singola impresa e il profitto della singola impresa;
- Il numero di imprese che assicura l'equilibrio di lungo periodo.

SOLUZIONE

- La curva di offerta della singola impresa è data dalla parte di curva di costo marginale che eccede il costo medio variabile, quindi confrontiamo il costo marginale e il costo medio variabile:

$$COSTO MARGINALE > COSTO MEDIO VARIABILE$$

$$4q + 5 > 2q + 5$$

Sempre vera per $q > 0$

La curva di offerta della singola impresa sarà:

$$p = 4q + 5$$

$$q = \frac{p - 5}{4}$$

Poiché le imprese sono tutte uguali, la curva di offerta di mercato sarà data da:

$$Q^O = 110 \cdot \frac{p - 5}{4}$$

- Per calcolare la quantità che massimizza il profitto dell'impresa abbiamo bisogno di calcolare il prezzo di mercato, che otteniamo dall'incontro di domanda e offerta:

$$110 \cdot \frac{p-5}{4} = 800 - 10p$$

$$p = 25$$

Per ottenere la quantità ottima poniamo il prezzo uguale al costo marginale della singola impresa:

$$4q + 5 = 25$$

$$q = 5$$

Il profitto si ottiene sottraendo i costi ai ricavi:

$$\pi = q \cdot p - CT$$

$$\pi = 32$$

- c) Nel lungo periodo le imprese presenti sul mercato realizzeranno profitti nulli, questo vuol dire che il prezzo dovrà essere pari al costo medio. Le imprese continueranno a massimizzare il loro profitto eguagliando costo marginale e prezzo, ma l'unico punto in cui posso coincidere prezzo, costo marginale e costo medio totale è rappresentato dalla dimensione efficiente della singola impresa.

La dimensione efficiente si ottiene eguagliando costo marginale e costo medio totale:

$$CM = CMe$$

$$4q + 5 = 2q + 5 + \frac{18}{q}$$

$$4q^2 - 2q^2 = 18$$

$$2q^2 = 18$$

$$q^2 = 9$$

$$q = 3$$

Per $q = 3$ il costo medio totale sarà pari a:

$$CMe(5) = 2 \cdot 3 + 5 + \frac{18}{3} = 17$$

E 25 sarà anche il prezzo di lungo periodo a cui dovrà giungere il mercato.

Sappiamo che la funzione di offerta del mercato è data da

$$\frac{p-5}{4} N$$

Dove N rappresenta il numero di imprese.

Se eguagliamo domanda e offerta per $p = 17$ avremo:

$$\frac{17-5}{4} N = 800 - 10 \cdot 17$$

$$N = (800 - 170) \cdot \frac{1}{3}$$

$$N = 210$$

Esercizio 3

In un mercato di concorrenza perfetta operano 200 imprese identiche caratterizzate dalla funzione di costo totale (per la singola impresa):

$$CT(q) = 4q^2 + 5q + 100$$

La domanda di mercato è invece data da:

$$Q^D = 4000 - 50p$$

Determinare:

- La curva di offerta della singola impresa e dell'intero mercato;
- La quantità di prodotto che massimizza il profitto della singola impresa e il profitto della singola impresa;
- Il numero di imprese che assicura l'equilibrio di lungo periodo.

SOLUZIONE:

- La curva di offerta della singola impresa è data dalla parte di curva di costo marginale che eccede il costo medio variabile, quindi confrontiamo il costo marginale e il costo medio variabile:

$$\begin{aligned} \text{COSTO MARGINALE} &> \text{COSTO MEDIO VARIABILE} \\ 8q + 5 &> 4q + 5 \end{aligned}$$

Sempre vera per $q > 0$

La curva di offerta della singola impresa sarà:

$$\begin{aligned} p &= 8q + 5 \\ q &= \frac{p - 5}{8} \end{aligned}$$

Poiché le imprese sono tutte uguali, la curva di offerta di mercato sarà data da:

$$Q^O = 200 \cdot \frac{p - 5}{8}$$

- Per calcolare la quantità che massimizza il profitto dell'impresa abbiamo bisogno di calcolare il prezzo di mercato, che otteniamo dall'incontro di domanda e offerta:

$$200 \cdot \frac{p - 5}{8} = 4000 - 50p$$

$$p = 55$$

Per ottenere la quantità ottima poniamo il prezzo uguale al costo marginale della singola impresa:

$$\begin{aligned} 8q + 5 &= 55 \\ q &= 6,25 \end{aligned}$$

Il profitto si ottiene sottraendo i costi ai ricavi:

$$\begin{aligned} \pi &= q \cdot p - CT \\ \pi &= 118,75 \end{aligned}$$

- c) Nel lungo periodo le imprese presenti sul mercato realizzeranno profitti nulli, questo vuol dire che il prezzo dovrà essere pari al costo medio. Le imprese continueranno a massimizzare il loro profitto eguagliando costo marginale e prezzo, ma l'unico punto in cui posso coincidere prezzo, costo marginale e costo medio totale è rappresentato dalla dimensione efficiente della singola impresa.

La dimensione efficiente si ottiene eguagliando costo marginale e costo medio totale:

$$\begin{aligned}
 CM &= CMe \\
 8q + 5 &= 4q + 5 + \frac{100}{q} \\
 8q^2 - 4q^2 &= 100 \\
 q^2 &= 25 \\
 q &= 5
 \end{aligned}$$

Per $q = 5$ il costo medio totale sarà pari a:

$$CMeT(5) = 4 \cdot 5 + 5 + \frac{100}{5} = 45$$

E 45 sarà anche il prezzo di lungo periodo a cui dovrà giungere il mercato. Sappiamo che la funzione di offerta del mercato è data da

$$\frac{p - 5}{8} N$$

Dove N rappresenta il numero di imprese.

Se eguagliamo domanda e offerta per $p = 45$ avremo:

$$\begin{aligned}
 \frac{45 - 5}{8} N &= 4000 - 50 \cdot 45 \\
 N &= (4000 - 2250) \cdot \frac{8}{40} \\
 N &= 350
 \end{aligned}$$

Esercizio 4

In un mercato di concorrenza perfetta operano 200 imprese identiche caratterizzate dalla funzione di costo totale (per la singola impresa):

$$CT(q) = 2q^2 + 10q + 8$$

La domanda di mercato è invece data da:

$$Q^D = 1450 - 25p$$

Determinare:

- La curva di offerta della singola impresa e dell'intero mercato;
- La quantità di prodotto che massimizza il profitto della singola impresa e il profitto della singola impresa;
- Il numero di imprese che assicura l'equilibrio di lungo periodo.

SOLUZIONE

- a) La curva di offerta della singola impresa è data dalla parte di curva di costo marginale che eccede il costo medio variabile, quindi confrontiamo il costo marginale e il costo medio variabile:

$$COSTO\ MARGINALE > COSTO\ MEDIO\ VARIABILE$$

$$4q + 10 > 2q + 10$$

Sempre vera per $q > 0$

La curva di offerta della singola impresa sarà:

$$p = 4q + 10$$
$$q = \frac{p - 10}{4}$$

Poiché le imprese sono tutte uguali, la curva di offerta di mercato sarà data da:

$$Q^o = 200 \cdot \frac{p - 10}{4}$$

- b) Per calcolare la quantità che massimizza il profitto dell'impresa abbiamo bisogno di calcolare il prezzo di mercato, che otteniamo dall'incontro di domanda e offerta:

$$200 \cdot \frac{p - 10}{4} = 1450 - 25p$$

$$p = 26$$

Per ottenere la quantità ottima poniamo il prezzo uguale al costo marginale della singola impresa:

$$4q + 10 = 26$$

$$q = 4$$

Il profitto si ottiene sottraendo i costi ai ricavi:

$$\pi = q \cdot p - CT$$

$$\pi = 56$$

- c) Nel lungo periodo le imprese presenti sul mercato realizzeranno profitti nulli, questo vuol dire che il prezzo dovrà essere pari al costo medio. Le imprese continueranno a massimizzare il loro profitto eguagliando costo marginale e prezzo, ma l'unico punto in cui possono coincidere prezzo, costo marginale e costo medio totale è rappresentato dalla dimensione efficiente della singola impresa.

La dimensione efficiente si ottiene eguagliando costo marginale e costo medio totale:

$$CM = CMe$$

$$4q + 10 = 2q + 10 + \frac{8}{q}$$

$$4q^2 - 2q^2 = 8$$

$$2q^2 = 8$$

$$q^2 = 4$$

$$q = 2$$

Per $q = 2$ il costo medio totale sarà pari a:

$$CMe(2) = 2 \cdot 2 + 10 + \frac{8}{2} = 18$$

E 18 sarà anche il prezzo di lungo periodo a cui dovrà giungere il mercato. Sappiamo che la funzione di offerta del mercato è data da

$$\frac{p - 10}{4} N$$

Dove N rappresenta il numero di imprese.

Se eguagliamo domanda e offerta per $p = 18$ avremo:

$$\frac{18 - 10}{4} N = 1450 - 25 \cdot 18$$

$$N = (1450 - 450) \cdot \frac{1}{2}$$

$$N = 500$$

Esercizio 5

In un mercato di concorrenza perfetta operano 100 imprese identiche caratterizzate dalla funzione di costo totale (per la singola impresa):

$$CT(q) = 10q^2 + 2q + 90$$

La domanda di mercato è invece data da:

$$Q^D = 2030 - 15p$$

Determinare:

- La curva di offerta della singola impresa e dell'intero mercato e la quantità di prodotto che massimizza il profitto della singola impresa;
- Il numero di imprese che assicura l'equilibrio di lungo periodo;
- Se il prezzo di mercato fosse imposto dall'esterno pari a 120, dire la funzione di domanda è elastica o anelastica rispetto al prezzo di equilibrio di breve periodo.

SOLUZIONE

- La curva di offerta del mercato è rappresentata dalla somma delle curve di offerte delle singole imprese. Nel breve periodo l'offerta dell'impresa è data dal costo marginale che eccede il costo medio variabile:

$$CM > CMeV$$

$$20q + 2 > 10q + 2$$

$$2q > q$$

Le imprese saranno sempre disposte ad offrire una quantità positiva di prodotto.

La curva di offerta individuale sarà:

$$q = \frac{p - 2}{20}$$

La curva di offerta di mercato sarà:

$$Q^S = \frac{p - 2}{20} \cdot 100 = 5p - 10$$

Il prezzo di equilibrio di mercato si ottiene eguagliando domanda e offerta:

$$\begin{aligned} Q^S &= Q^D \\ 5p - 10 &= 2030 - 15p \\ p^* &= 102 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CM &= p^* \\ 20q + 2 &= 102 \\ q^* &= 5 \end{aligned}$$

b) La dimensione efficiente si ottiene eguagliando costo marginale e costo medio totale:

$$\begin{aligned} CM &= CMe \\ 20q + 2 &= 10q + 2 + \frac{90}{q} \\ q &= 3 \end{aligned}$$

Per $q = 3$ il costo medio totale sarà pari a:

$$CMeT(5) = 10 \cdot 3 + 2 + \frac{90}{3} = 62$$

E 62 sarà anche il prezzo di lungo periodo a cui dovrà giungere il mercato.

Se eguagliamo domanda e offerta per $p = 25$ avremo:

$$\begin{aligned} \frac{62 - 2}{20} N &= 2030 - 15 \cdot 62 \\ N &= 183 \end{aligned}$$

c)

$$E = \left| \frac{\frac{Q(p_2) - Q(p_1)}{Q(p_1)}}{\frac{p_2 - p_1}{p_1}} \right| = \left| \frac{\frac{2030 - 15 \cdot 120 - 2030 + 15 \cdot 102}{2030 - 15 \cdot 102}}{\frac{120 - 102}{102}} \right| = \left| \frac{-0.49}{0.176} \right| = 2.784$$

La domanda è elastica.

OLIGOPOLIO

Esercizio 1

In un mercato oligopolistico sono presenti due imprese, A e B, ognuna delle quali ha a sua disposizione tre strategie. L'interazione strategica tra le due imprese è rappresentata dalla seguente tabella:

		Impresa B		
		B1	B2	B3
Impresa A	A1	10, 4	6, 7	1, 9
	A2	5, 6	8, 9	4, 4
	A3	7, 7	6, 5	10, 6

Dove le cifre contenute fanno riferimento alla quantità che ogni impresa riesce a vendere sul mercato (la prima cifra di ogni coppia si riferisce all'impresa A).

- 1) Individuare l'esistenza di equilibri di Nash. Vi sono strategie dominanti?
- 2) Se il mercato ha una funzione di domanda data da

$$q = 50 - \frac{1}{2}p$$

E le funzioni di costo totale delle due imprese sono rispettivamente:

$$CT_A = \frac{1}{4}q^2 + 4q + 100$$

$$CT_B = 2q^2 + 50$$

Qual è il profitto di ogni impresa?

- 3) Se sul mercato fosse presente solo l'impresa A con la stessa funzione di costo totale e la stessa funzione di domanda del mercato, quale sarebbe la quantità di prodotto che massimizza il profitto?

SOLUZIONE:

1) l'equilibrio di Nash esiste ed è rappresentato dall'equilibrio (A2; B3) come riportato dalla seguente tabella:

		Impresa B		
		B1	B2	B3
Impresa A	A1	10, 9	16, 16	13, <u>17</u>
	A2	<u>12</u> , 9	<u>18</u> , 9	<u>14</u> , <u>14</u>
	A3	7, 7	12, 10	10, <u>12</u>

Per entrambe le imprese le strategie scelte sono strategie dominanti.

2) Data la funzione di domanda del mercato, possiamo ottenere il prezzo tramite la funzione di domanda inversa:

$$p = 100 - 2q$$

Il prezzo di mercato sarà:

$$p = 100 - 2 \cdot 28 = 44$$

L'impresa A otterrà ricavi pari a:

$$RT_A = 44 \cdot 14 = 616$$

L'impresa B otterrà ricavi pari a:

$$RT_B = 44 \cdot 14 = 616$$

L'impresa A sosterrà costi pari a:

$$CT_A = \frac{1}{4} \cdot 14^2 + 4 \cdot 14 + 100 = 205$$

L'impresa B sosterrà costi pari a:

$$CT_B = 2 \cdot 14^2 + 50 = 442$$

I profitti saranno:

$$\pi_A = 616 - 205 = 411$$

$$\pi_B = 616 - 442 = 174$$

3) Il nuovo livello dei prezzi sarà:

$$p = 100 - 2 \cdot 32 = 36$$

L'elasticità della domanda sarà pari a:

$$E = \left| \frac{\frac{Q_2 - Q_1}{Q_1}}{\frac{p_2 - p_1}{p_1}} \right| = \left| \frac{\frac{32 - 28}{28}}{\frac{36 - 44}{44}} \right| = \left| \frac{4}{28} \cdot \frac{44}{-8} \right| = |-0,785| = 0,785 < 1$$

La domanda è anelastica, un aumento della quantità immessa sul mercato farà aumentare il ricavo delle imprese

Esercizio 2

In un mercato oligopolistico sono presenti due imprese, A e B, ognuna delle quali ha a sua disposizione tre strategie. L'interazione strategica tra le due imprese è rappresentata dalla seguente tabella:

		Impresa B			
		B1	B2	B3	B4
Impresa A	A1	4, 8	9, 1	9, 7	9, 5
	A2	3, 9	7, 8	7, 5	7, 5
	A3	3, 6	3, 3	3, 5	3, 3
	A4	2, 5	8, 2	8, 2	8, 3

Dove le cifre contenute fanno riferimento alla quantità che ogni impresa riesce a vendere sul mercato (la prima cifra di ogni coppia si riferisce all'impresa A).

- 1) Individuare l'esistenza di equilibri di Nash. Vi sono strategie dominanti?
- 2) Se il mercato ha una funzione di domanda data da

$$q = 21 - 3p$$

E le funzioni di costo totale delle due imprese sono rispettivamente:

$$CT_A = \frac{1}{2}q + 2$$

$$CT_B = \frac{1}{4}q^2 + 4$$

Qual è il profitto di ogni impresa?

- 3) Se venisse imposto come punto di equilibrio quello fornito dalla coppia di strategie (A2, B2), le imprese trarrebbero beneficio da questo cambiamento?

SOLUZIONE:

- 1) l'equilibrio di Nash esiste ed è rappresentato dall'equilibrio (A1; B1) come riportato dalla seguente tabella:

		Impresa B			
		B1	B2	B3	B4
Impresa A	A1	<u>4</u> , <u>8</u>	<u>9</u> , 1	<u>9</u> , 7	<u>9</u> , 5
	A2	3, <u>9</u>	7, 8	7, 5	7, 5
	A3	3, <u>6</u>	3, 3	3, 5	3, 3
	A4	2, <u>5</u>	8, 2	8, 2	8, 3

Per entrambe le imprese le strategie scelte sono strategie dominanti.

- 2) Data la funzione di domanda del mercato, possiamo ottenere il prezzo tramite la funzione di domanda inversa:

$$p = \frac{21 - q}{3}$$

Il prezzo di mercato sarà:

$$p = \frac{21 - 12}{3} = 3$$

L'impresa A otterrà ricavi pari a:

$$RT_A = 4 \cdot 3 = 12$$

L'impresa B otterrà ricavi pari a:

$$RT_B = 8 \cdot 3 = 24$$

L'impresa A sosterrà costi pari a:

$$CT_A = \frac{1}{2} \cdot 4 + 4 = 6$$

L'impresa B sosterrà costi pari a:

$$CT_B = \frac{1}{4} \cdot 64 + 4 = 20$$

I profitti saranno:

$$\pi_A = 12 - 6 = 6$$

$$\pi_B = 24 - 20 = 4$$

3) Il nuovo livello dei prezzi sarà:

$$p = \frac{21 - 15}{3} = 2$$

L'impresa A otterrà ricavi pari a:

$$RT_A = 7 \cdot 2 = 14$$

L'impresa B otterrà ricavi pari a:

$$RT_B = 8 \cdot 2 = 16$$

L'impresa A sosterrà costi pari a:

$$CT_A = \frac{1}{2} \cdot 7 + 4 = 7,5$$

L'impresa B sosterrà costi pari a:

$$CT_B = \frac{1}{4} \cdot 64 + 4 = 20$$

I profitti saranno:

$$\pi_A = 14 - 7,5 = 6,5$$

$$\pi_B = 16 - 20 = -4$$

Esercizio 3

In un mercato oligopolistico sono presenti due imprese, A e B, ognuna delle quali ha a sua disposizione tre strategie. L'interazione strategica tra le due imprese è rappresentata dalla seguente tabella:

		Impresa B		
		B1	B2	B3
Impresa A	A1	10, 4	6, 7	1, 9
	A2	5, 6	8, 10	4, 4
	A3	7, 10	6, 5	10, 8

Dove le cifre contenute fanno riferimento alla quantità che ogni impresa riesce a vendere sul mercato (la prima cifra di ogni coppia si riferisce all'impresa A).

- 1) Individuare l'esistenza di equilibri di Nash. Vi sono strategie dominanti?
- 2) Se il mercato ha una funzione di domanda data da

$$q = 38 - 2p$$

E le funzioni di costo totale delle due imprese sono rispettivamente:

$$CT_A = \frac{1}{2}q^2 + 5q + 8$$

$$CT_B = 5q + 40$$

Qual è il profitto di ogni impresa?

- 3) Se sul mercato fosse presente solo l'impresa A con la stessa funzione di costo totale e la stessa funzione di domanda del mercato, quale sarebbe la quantità di prodotto che massimizza il profitto?

SOLUZIONE:

- 1) l'equilibrio di Nash esiste ed è rappresentato dall'equilibrio (A2; B2) come riportato dalla seguente tabella:

		Impresa B		
		B1	B2	B3
Impresa A	A1	<u>10</u> , 4	6, 7	1, <u>9</u>
	A2	5, 6	<u>8</u> , <u>10</u>	4, 4
	A3	7, <u>10</u>	6, 5	<u>10</u> , 8

Per entrambe le imprese non ci sono strategie dominanti.

- 2) Data la funzione di domanda del mercato, possiamo ottenere il prezzo tramite la funzione di domanda inversa:

$$p = 19 - \frac{1}{2}q$$

Il prezzo di mercato sarà:

$$p = 19 - \frac{1}{2} \cdot 18 = 10$$

L'impresa A otterrà ricavi pari a:

$$RT_A = 10 \cdot 8 = 80$$

L'impresa B otterrà ricavi pari a:

$$RT_B = 10 \cdot 10 = 100$$

L'impresa A sosterrà costi pari a:

$$CT_A = \frac{1}{2} \cdot 8^2 + 5 \cdot 8 + 8 = 80$$

L'impresa B sosterrà costi pari a:

$$CT_B = 5 \cdot 10 + 40 = 90$$

I profitti saranno:

$$\pi_A = 80 - 80 = 0$$

$$\pi_B = 100 - 90 = 10$$

3) La funzione di ricavo dell'impresa sarà:

$$RT = p \cdot q = 19q - \frac{1}{2}q^2$$

Il suo ricavo marginale sarà pari a:

$$RM = 19 - q$$

Il costo marginale sarà pari a:

$$CM = q + 5$$

La quantità di prodotto che massimizza il profitto sarà:

$$\begin{aligned} RM &= CM \\ 19 - q &= q + 5 \\ 2q &= 19 + 5 \\ 2q &= 14 \\ q &= 7 \end{aligned}$$

Esercizio 4

MONOPOLIO

Esercizio 1

Un'impresa che opera in *monopolio* e la cui tecnologia produttiva è rappresentata dalla funzione di costo

$$CT(q) = q^2$$

Sapendo che la domanda di mercato è data da

$$q = 60 - 2p$$

- 1) Calcolare costo medio, costo marginale, ricavo totale e ricavo marginale dell'impresa;
- 2) Calcolare la quantità offerta, il prezzo di mercato e il profitto dell'imprenditore;
- 3) Calcolare il surplus del consumatore, il surplus del produttore, surplus totale e la perdita secca di surplus che deriva dalla situazione di monopolio.

Soluzioni:

- 1) Il costo medio si ottiene dal rapporto tra i costi totali e la quantità prodotta:

$$CMe = \frac{CT(q)}{q} = q$$

Il costo marginale rappresenta il costo sostenuto per la produzione di una ulteriore produzione di bene:

$$CM = \frac{\Delta CT(q)}{\Delta q} = 2q$$

Il ricavo totale è dato dal prodotto di tutte le unità di bene vendute per il prezzo di vendita.

Il prezzo di vendita lo otteniamo dalla funzione di domanda, (calcoliamo cioè la funzione di domanda inversa):

$$p = 30 - \frac{q}{2}$$

Il ricavo totale sarà:

$$RT(q) = p \cdot q = \left(30 - \frac{q}{2}\right) \cdot q = 30q - \frac{q^2}{2}$$

Infine il ricavo marginale sarà dato dal ricavo ottenuto dall'ultima unità di bene venduta:

$$RM = \frac{\Delta RT(q)}{\Delta q} = 30 - q$$

2) La quantità ottimale si ottiene ponendo il ricavo marginale pari al costo marginale:

$$\begin{aligned} CM &= RM \\ 2q &= 30 - q \\ 3q &= 30 \\ q^M &= 10 \end{aligned}$$

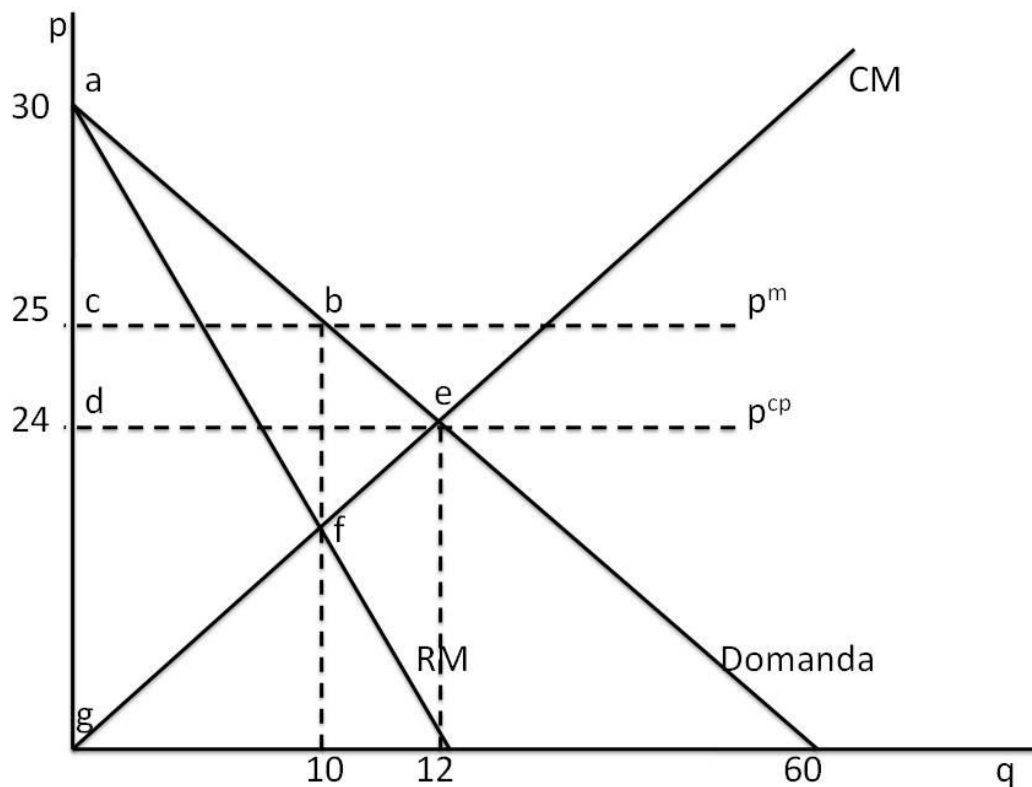
Il prezzo sarà dato dalla funzione di domanda inversa:

$$p^M = 30 - \frac{q^M}{2} = 30 - 5 = 25$$

Il profitto dell'imprenditore sarà dato dalla differenza tra ricavo totale e costi totali per il prezzo e la quantità ottimali:

$$\begin{aligned} \pi &= RT(q^M) - CT(q^M) \\ \pi &= p^M \cdot q^M - q^{M^2} \\ \pi &= 25 \cdot 10 - 10^2 \\ \pi &= 150 \end{aligned}$$

3) Possiamo rappresentare l'equilibrio come segue:



Il surplus del consumatore sarà rappresentato dal triangolo “abc”, la cui area sarà:

$$SC = \frac{(30 - 25) \cdot 10}{2} = 25$$

Dove 30 è l’intercetta verticale della funzione di domanda, 10 la quantità venduta e 25 il prezzo di monopolio.

Il surplus del produttore è invece rappresentato dal quadrangolo “cbfg”, per calcolarci l’area dovremo calcolare il valore del costo marginale nel punto f, ossia per la quantità ottimale 10:

$$CM(10) = 2 \cdot 10 = 20$$

Il surplus del produttore sarà pari a:

$$SP = \frac{(25 + (25 - 20)) \cdot 10}{2} = \frac{30 \cdot 10}{2} = 150$$

Dove 25 rappresenta il segmento “cg”, la differenza (25-20) rappresenta il segmento “bf”.

Il surplus sociale sarà pari alla somma dei due surplus:

$$SSoc = SC + SP = 25 + 150 = 175$$

Se il monopolista si comportasse come un produttore in concorrenza perfetta, la quantità da produrre sarebbe quella che eguaglia il costo marginale al prezzo, quindi alla curva di domanda inversa:

$$\begin{aligned}
 CM &= p \\
 2q &= 30 - \frac{q}{2} \\
 4q &= 60 - q \\
 5q &= 60 \\
 q &= 12
 \end{aligned}$$

Il prezzo equivalente a questa quantità sarà:

$$p = 30 - \frac{12}{2} = 24$$

In questa situazione il surplus del consumatore sarà dato dall'area del triangolo "ade":

$$SC = \frac{(30 - 24) \cdot 12}{2} = 36$$

Il surplus del produttore è invece pari all'area del triangolo "gde":

$$SP = \frac{24 \cdot 12}{2} = 144$$

Il surplus sociale ancora una volta sarà pari alla somma dei due surplus precedenti:

$$SSoc = SC + SP = 36 + 144 = 180$$

Rispetto all'equilibrio di monopolio c'è un incremento del surplus di 5 unità.

Esercizio 2

Un'impresa che opera in *monopolio* e la cui tecnologia produttiva è rappresentata dalla funzione di costo

$$CT(q) = 3q$$

Sapendo che la domanda di mercato è data da

$$q = 6 - \frac{1}{3}p$$

- 1) Calcolare costo medio, costo marginale, ricavo totale e ricavo marginale dell'impresa;
- 2) Calcolare la quantità offerta, il prezzo di mercato e il profitto dell'imprenditore;
- 3) Calcolare la perdita secca di surplus che deriva dalla situazione di monopolio.

Soluzione:

- 1) Il costo medio è dato, come sempre, dal rapporto tra costo totale e quantità, quindi avremo:

$$CMe = \frac{CT}{q} = \frac{3q}{q} = 3$$

Il costo marginale invece è la variazione di costo dovuta alla produzione di un'unità aggiuntiva di prodotto:

$$CM = \frac{\Delta CT}{\Delta q} = 3$$

Per calcolare la funzione del ricavo totale dobbiamo trovare la funzione di domanda inversa e cioè:

$$q = 6 - \frac{1}{3}p$$
$$\frac{1}{3}p = 6 - q$$
$$p = 18 - 3q$$

Il ricavo totale sarà dato dal prodotto del prezzo per la quantità:

$$RT = p \cdot q = (18 - 3q) \cdot q$$

$$RT = 18q - 3q^2$$

Il ricavo marginale indica la variazione del ricavo alla variare della quantità venduta:

$$RM = \frac{\Delta RT}{\Delta q} = 18 - 6q$$

2) La quantità che massimizza i profitti si ottiene derivando la funzione di profitto rispetto alla quantità ed eguagliando la derivata a 0:

$$\max_q \pi = \max_q (RT - CT) = \max_q (18q - 3q^2 - 3q)$$

$$\frac{\Delta \pi}{\Delta q} = 18 - 6q - 3 = 0$$

$$15 - 6q = 0$$

$$q^M = \frac{5}{2}$$

Per questa quantità il prezzo di mercato sarà:

$$p = 18 - 3 \frac{5}{2} = 18 - 7,5$$
$$p^M = 10,5$$

Il profitto sarà dato dalla differenza tra ricavi totali e costi totali:

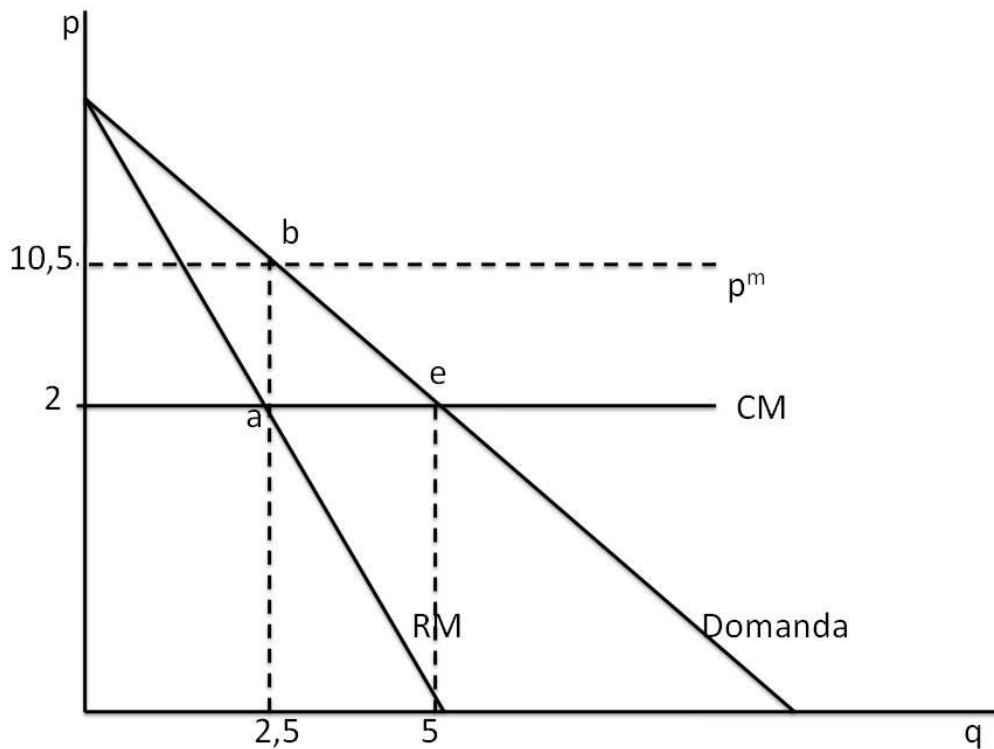
$$\pi^M = RT(q^M) - CT(q^M)$$

$$\pi^M = (18 - 3q^M)q^M - 3q^M$$

$$\pi^M = 10,5 \cdot \frac{5}{2} - 3 \cdot \frac{5}{2}$$

$$\pi^M = 18,75$$

3) Possiamo rappresentare l'equilibrio come segue:



Per calcolare la perdita secca dobbiamo calcolare l'area del triangolo "abe", ma per farlo dobbiamo calcolare la quantità di concorrenza perfetta del punto e:

$$\begin{aligned} CM &= p \\ 18 - 3q &= 3 \\ 18 - 3 &= 3q \\ 15 &= 3q \\ q &= 5 \end{aligned}$$

Per calcolare l'area desso abbiamo l'altezza del triangolo (cioè la differenza tra i due prezzi, di monopolio e di concorrenza perfetta, rispettivamente 10,5 e 2) e la base (cioè la differenza tra le quantità di concorrenza perfetta e monopolio, rispettivamente 5 e 2,5). La perdita netta sociale sarà:

$$PSoc = \frac{(10,5 - 2) \cdot (5 - 2,5)}{2} = 10,625$$

Un'impresa che opera in monopolio, la cui funzione di costo totale è pari a:

$$CT(q) = q^2 + 6$$

Fronteggia una funzione di domanda di mercato rappresentata da:

$$q^D = 48 - 2p$$

Determinare:

- Costo medio, costo marginale, ricavo totale e ricavo marginale dell'impresa;
- La quantità offerta, il prezzo di equilibrio e il profitto dell'imprenditore;
- La quantità offerta, il prezzo e il profitto dell'imprenditore se si trovasse ad agire in regime di concorrenza perfetta

Soluzione:

a)

$$CMe = \frac{CT}{q} = q + \frac{6}{q}$$

$$CM = \frac{\partial CT}{\partial q} = 2q$$

$$RT = p \cdot q = \left(24 - \frac{q}{2}\right) \cdot q$$

$$RM = \frac{\partial RT}{\partial q} = 24 - q$$

b) $p = 24 - \frac{q}{2}$

$$\pi = RT - CT = 24q - \frac{q^2}{2} - q^2 - 6$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial q} = 24 - q - 2q = 0$$

$$q = 8$$

$$p = 20$$

$$\pi = 20 \cdot 8 - 64 - 6 = 90$$

c) $CM = p$

$$2q = 24 - \frac{q}{2}$$

$$q = 9,6$$

$$p = 24 - \frac{9,6}{2} = 19,2$$

$$\pi = 19,2 \cdot 9,6 - 92,16 - 6 = 86,16$$

CONCORRENZA MONOPOLISTICA:

ESERCIZIO N. 1

Un'impresa la cui tecnologia è rappresentata dalla seguente funzione di costo:

$$CT(q) = 2q^3 - 7q^2 + 16q$$

opera in un mercato di concorrenza monopolistica. Sapendo che la domanda di mercato è data da

$$q = 34 - p$$

Calcolare la quantità offerta, il prezzo di mercato e il profitto di breve periodo dell'imprenditore.

Se nel lungo periodo la quantità offerta sarà pari a $q^* = 1$ e la funzione di costo rimane invariata, dire quale sarà il prezzo di mercato e il mark up.

Soluzione:

La curva di domanda inversa è data da:

$$p = 34 - q$$

La curva di ricavo totale sarà quindi:

$$RT(q) = p \cdot q = (34 - q) \cdot q = 34q - q^2$$

La quantità che massimizza i profitti si ottiene derivando la funzione di profitto rispetto alla quantità ed eguagliando la derivata a 0:

$$\max_q \pi = \max_q RT(q) - CT(q) = \max_q (34q - q^2 - (2q^3 - 7q^2 + 16q))$$

$$\frac{\Delta \pi}{\Delta q} = 34 - 2q - 6q^2 + 14q - 16 = 0$$

$$18 + 12q - 6q^2 = 0$$

$$6q^2 - 12q - 18 = 0$$

$$q = \frac{12 \pm \sqrt{(-12)^2 + 4 \cdot 18 \cdot 6}}{2 \cdot 6}$$

$$q_1 = 3; q_2 = -1$$

Poiché la quantità offerta deve essere per forza positiva, consideriamo solo il risultato $q_1=3$ come quantità ottimale offerta.

Il prezzo sarà dato da:

$$p = 34 - 3 = 31$$

Il profitto è dato da:

$$\pi = 34q - q^2 - (2q^3 - 7q^2 + 16q) =$$

$$\pi = 34 \cdot 3 - 3^2 - 2 \cdot 3^3 + 7 \cdot 3^2 - 16 \cdot 3 = 54$$

Nel lungo periodo sappiamo che il profitto si annulla, quindi i ricavi sono pari a i costi; ma se dividiamo costi e ricavi per la quantità venduta, otteniamo che nel lungo periodo il prezzo sarà pari al costo medio. La funzione di costo medio sarà:

$$CMe = \frac{CT}{q} = 2q^2 - 7q + 16$$

Il prezzo dunque sarà:

$$p_{LP} = CMe(q^*) = 2 \cdot 1^2 - 7 \cdot 1 + 16 = 11$$

Per calcolare il Mark Up dell'impresa, dobbiamo calcolare il costo marginale sostenuto per la quantità q^* ; il costo marginale sarà:

$$CM = \frac{\Delta CT}{\Delta q} = 6q^2 - 14q + 16$$

$$CM(q^*) = 6 \cdot 1^2 - 14 \cdot 1 + 16 = 8$$

Pertanto avremo:

$$Mark\ Up = p(q^*) - CM(q^*) = 11 - 8 = 3$$

Esercizio 2

Un'impresa la cui tecnologia è rappresentata dalla seguente funzione di costo:

$$CT(q) = 2q^3 - 5q^2 + 10q$$

opera in un mercato di concorrenza monopolistica. Sapendo che la domanda di mercato è data da

$$q = 14 - \frac{p}{11}$$

Date queste funzioni, calcolare:

- La funzione di costo marginale, costo medio e ricavo marginale dell'impresa.
- La quantità offerta, il prezzo di mercato e il profitto di breve periodo dell'imprenditore.
- Se nel lungo periodo la quantità offerta sarà pari a $q^* = 1$ e la funzione di costo rimane invariata, dire quale sarà il prezzo di mercato e il mark-up.

RISPOSTA:

a) La curva di domanda inversa è data da:

$$p = 154 - 11q$$

La curva di ricavo totale sarà quindi:

$$RT(q) = p \cdot q = (154 - 11q) \cdot q = 154q - 11q^2$$

La curva del costo marginale sarà pari a:

$$CM = \frac{\Delta CT}{\Delta q} = 6q^2 - 10q + 10$$

La curva del costo medio sarà pari a:

$$CMe = \frac{CT}{q} = 2q^2 - 5q + 10$$

La curva del ricavo marginale sarà pari a:

$$RM = \frac{\Delta RT}{\Delta q} = 154 - 22q$$

b) La quantità che massimizza i profitti si ottiene derivando la funzione di profitto rispetto alla quantità ed eguagliando la derivata a 0:

$$\max_q \pi = \max_q RT(q) - CT(q) = \max_q (154q - 11q^2 - (2q^3 - 5q^2 + 10q))$$

$$\frac{\Delta \pi}{\Delta q} = 154 - 22q - 6q^2 + 10q - 10 = 0$$

$$144 - 12q - 6q^2 = 0$$

$$6q^2 + 12q - 144 = 0$$

$$q = \frac{-12 \pm \sqrt{(-12)^2 + 4 \cdot 144 \cdot 6}}{2 \cdot 6}$$

$$q_1 = 4; q_2 = -5$$

Poiché la quantità offerta deve essere per forza positiva, consideriamo solo il risultato $q_1=4$ come quantità ottimale offerta.

Il prezzo sarà dato da:

$$p = 154 - 11 \cdot 4 = 110$$

Il profitto è dato da:

$$\pi = 154q - 10q^2 - (2q^3 - 5q^2 + 10q)$$

$$\pi = 154 \cdot 4 - 11 \cdot 4^2 - (2 \cdot 4^3 - 5 \cdot 4^2 + 10 \cdot 4) = 352$$

- c) Nel lungo periodo non sappiamo qual è la funzione di domanda ma sappiamo che il profitto si annulla, quindi i ricavi sono pari ai costi; ma se dividiamo costi e ricavi per la quantità venduta, otteniamo che nel lungo periodo il prezzo sarà pari al costo medio. La funzione di costo medio sarà:

$$CMe = \frac{CT}{q} = 2q^2 - 5q + 10$$

Il prezzo dunque sarà:

$$p_{LP} = CMe(q^*) = 2 \cdot 1^2 - 5 \cdot 1 + 10 = 7$$

Per calcolare il Mark Up dell'impresa, dobbiamo calcolare il costo marginale sostenuto per la quantità q^* ; il costo marginale sarà:

$$CM = \frac{\Delta CT}{\Delta q} = 6q^2 - 10q + 10$$

$$CM(q^*) = 6 \cdot 1^2 - 10 \cdot 1 + 10 = 6$$

Pertanto avremo:

$$Mark\ Up = p(q^*) - CM(q^*) = 7 - 6 = 1$$