M.A. Miceli - Corso Microeconomia
Esercizio - Equazione di Slutsky con reddito da dotazione

Caso 1. Parametri: funzione di utilità: $u(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$; dotazione $\omega = (1, 10)$, prezzi $p = (1, 5)$, prezzi variati $p' = (5, 1)$.

Problema A.

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2} u(x_1, x_2) &= x_1^{1/2} x_2^{1/2} \\ s.a \quad p_1 x_1 + p_2 x_2 &= p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2 \end{aligned}$$

Chiamiamo m il valore della dotazione

$$\begin{aligned} m &\equiv p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2 \\ &= 1 \cdot 1 + 5 \cdot 10 = 51 \end{aligned}$$

Disegno del VB iniziale (caso A) (Nel grafico è il solo con pendenza pari a 1/5).

$$VB : x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 = \frac{51}{5} - \frac{1}{5} x_1$$

$$A : \begin{cases} x_1^A = \alpha \frac{m}{p_1} = \frac{1}{2} \frac{51}{1} = 25.5 \\ x_2^A = (1 - \alpha) \frac{m}{p_2} = \frac{1}{2} \frac{51}{5} = 5.1 \end{cases}$$

In seguito alla variazione dei prezzi abbiamo la scelta finale D.

Problema D

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2} u(x_1, x_2) &= x_1^{1/2} x_2^{1/2} \\ s.a \quad p_1' x_1 + p_2' x_2 &= p_1' \omega_1 + p_2' \omega_2 \end{aligned}$$

Chiamiamo m'' il valore della dotazione

$$\begin{aligned} m'' &\equiv p_1' \omega_1 + p_2' \omega_2 \\ &= 5 \cdot 1 + 1 \cdot 10 = 15 \end{aligned}$$

Disegno VB finale (caso D) (nel grafico il grafico più vicino all'origine in grassetto).

$$VB : x_2 = \frac{m''}{p_2'} - \frac{p_1'}{p_2'} x_1 = \frac{15}{1} - \frac{5}{1} x_1$$

$$D : \begin{cases} x_1^D = \alpha \frac{m''}{p_1'} = \frac{1}{2} \frac{15}{5} = 1.5 \\ x_2^D = (1 - \alpha) \frac{m''}{p_2'} = \frac{1}{2} \frac{15}{1} = 7.5 \end{cases}$$

Scomponiamo adesso gli effetti
(i) sostituzione = passaggio dal punto A al punto B
(ii) reddito ordinario = passaggio dal punto B al punto C
(iii) reddito di dotazione = passaggio dal punto C al punto D.
Calcoliamo il punto B per calcolare l'**effetto di sostituzione**

Problema B

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2} u(x_1, x_2) &= x_1^{1/2} x_2^{1/2} \\ s.a \quad p_1' x_1 + p_2' x_2 &= p_1' x_1^A + p_2' x_2^A \end{aligned}$$

Chiamiamo m' il reddito capace di continuare ad acquistare il paniere A, ma ai nuovi prezzi

$$\begin{aligned} m' &\equiv p_1' x_1^A + p_2' x_2^A \\ &= 5 \cdot 25.5 + 1 \cdot 5.1 = 132.6 \end{aligned}$$

Disegno VB a potere d'acquisto costante (caso B) (nel grafico, il più esterno e punteggiato, se si vede)

$$VB : x_2 = \frac{m'}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 = \frac{132.6}{1} - \frac{5}{1} x_1$$

$$B : \begin{cases} x_1^B = \alpha \frac{m'}{p_1'} = \frac{1}{2} \frac{132.6}{5} = 13.26 \\ x_2^B = (1 - \alpha) \frac{m'}{p_2'} = \frac{1}{2} \frac{132.6}{1} = 66.3 \end{cases}$$

Effetto di sostituzione

$$Eff - sost : \begin{cases} x_1^B - x_1^A = 13.26 - 25.5 = -12.24 \\ x_2^B - x_2^A = 66.3 - 5.1 = 61.2 \end{cases}$$

e quindi

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta (p_1/p_2)} = \frac{x_1^B - x_1^A}{\left(\frac{p_1}{p_2}\right)' - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)} = \frac{13.26 - 25.5}{5 - \left(\frac{1}{5}\right)} = \frac{-12.24}{4.8} = -2.55 < 0, \text{ come atteso}$$

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta (p_2/p_1)} = \frac{x_2^B - x_2^A}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)' - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)} = \frac{66.3 - 5.1}{\left(\frac{1}{5}\right) - 5} = \frac{61.2}{-4.8} = -12.75 < 0, \text{ come atteso}$$

Calcoliamo il punto C per calcolare l'**effetto di reddito ordinario**
Problema C

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2} u(x_1, x_2) &= x_1^{1/2} x_2^{1/2} \\ s.a \quad p_1' x_1 + p_2' x_2 &= p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2 \equiv m \end{aligned}$$

Disegno VB a reddito monetario costante (caso C) (nel grafico tratteggiato e intermedio)

$$VB : x_2 = \frac{m}{p_2'} - \frac{p_1'}{p_2'} x_1 = \frac{51}{1} - \frac{5}{1} x_1$$

$$C : \begin{cases} x_1^B = \alpha \frac{m}{p_1'} = \frac{1}{2} \frac{51}{5} = 5.1 \\ x_2^B = (1 - \alpha) \frac{m}{p_2'} = \frac{1}{2} \frac{51}{1} = 25.5 \end{cases}$$

Effetto di reddito ordinario

$$Eff - redditp - ord : \begin{cases} x_1^C - x_1^B = 5.1 - 13.26 = -8.16 \\ x_2^C - x_2^B = 25.5 - 66.3 = -40.8 \end{cases}$$

:e quindi

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta (p_1/p_2)} = \frac{x_1^C - x_1^B}{\left(\frac{p_1}{p_2}\right)' - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)} = \frac{5.1 - 13.26}{5 - \left(\frac{1}{5}\right)} = \frac{-8.16}{4.8} = -1.7 < 0$$

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta(p_2/p_1)} = \frac{x_2^C - x_2^B}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)' - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)} = \frac{25.5 - 66.3}{\left(\frac{1}{5}\right) - 5} = \frac{-40.8}{-4.8} = 8.5 > 0$$

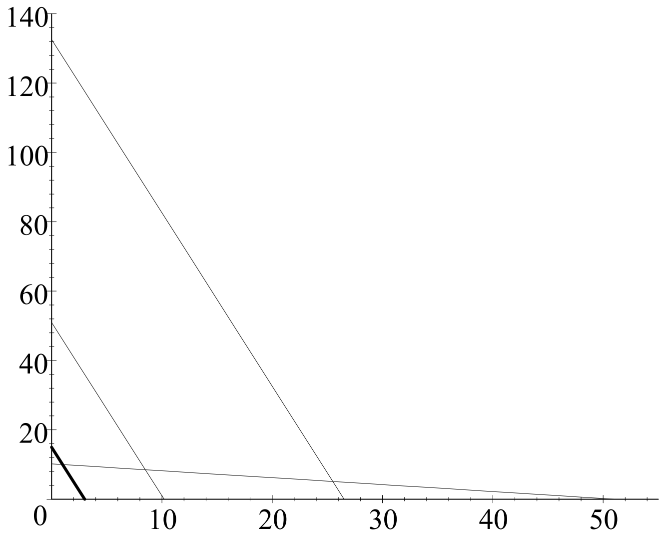
Effetto di reddito di dotazione

$$Eff - reddito - dotazione : \begin{cases} x_1^D - x_1^C = 1.5 - 5.1 = -3.6 \\ x_2^D - x_2^C = 7.5 - 25.5 = -18 \end{cases}$$

e quindi

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta(p_1/p_2)} = \frac{x_1^D - x_1^C}{\left(\frac{p_1}{p_2}\right)' - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)} = \frac{1.5 - 5.1}{5 - \left(\frac{1}{5}\right)} = \frac{-3.6}{4.8} = -.75 < 0$$

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta(p_2/p_1)} = \frac{x_2^D - x_2^C}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)' - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)} = \frac{25.5 - 66.3}{\left(\frac{1}{5}\right) - 5} = \frac{-18}{-4.8} = 3.75 > 0$$



Caso 2. Parametri: funzione di utilità: $u(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$; dotazione $\omega = (5, 5)$, prezzi $p = (1, 5)$, prezzi variati $p' = (5, 1)$.

Caso 3. Parametri: funzione di utilità: $u(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$; dotazione $\omega = (10, 1)$, prezzi $p = (1, 5)$, prezzi variati $p' = (5, 1)$.

Le soluzioni non sono svolte, ma lasciate allo studente.