

Esercizi di Macroeconomia

PARTE II: ECONOMIA CHIUSA CON DEBITO

INTRODUCENDO IL DEBITO PUBBLICO, NECESSITA INTRODURRE ANCHE IL TEMPO, t , E L'INFLAZIONE, π

DEFINIZIONI E IDENTITA' CONTABILI:

IL DEBITO PUBBLICO E' UNO **STOCK**, INVECE Y , T e G SONO **FLUSSI** cioè, si azzerano ogni primo gennaio:

in Italia, il 31/12/2013:

Pil=1500 mld di euro, Debito=2000 mld di euro.

Il giorno dopo, il 01/01/2014:

Pil= \sim 0 euro, Debito=2000 mld di euro.

DEBITO PUBBLICO AL TEMPO $t-1 = B_{t-1}$

TASSO DI INTERESSE NOMINALE $= i = r + \pi$ (NB se manca il pedice " t ", la variabile è costante, cioè è indipendente da t)

TASSO DI INFLAZIONE $= \pi$ (talvolta un puntino sopra la variabile indica che si tratta di un tasso di variazione)

TASSO DI INTERESSE REALE $= r = i - \pi$

SPESA PUBBLICA AL NETTO DEGLI INTERESSI SUL DEBITO $= GN_t = G_t - i B_{t-1}$

DISAVANZO PRIMARIO $= GN_t - T_t$ (se $GN_t < T_t \Rightarrow$ c'è avanzo poiché USCITE < ENTRATE)

DISAVANZO COMPLESSIVO $= i B_{t-1} + GN_t - T_t$

TASSO DI CRESCITA DEL PIL REALE $= g$

RAPPORTI TRA ENTRATE, SPESE E DEBITO:

VINCOLO DI BILANCIO DEL GOVERNO:

$$B_t - B_{t-1} = \text{disavanzo} = rB_{t-1} + GN_t - T_t$$

Dal suddetto vincolo di bilancio, spostando a destra $- B_{t-1}$, esplicito il debito corrente:

$$B_t = (1 + r)B_{t-1} + GN_t - T_t$$

\Rightarrow IL DEBITO B_t AUMENTA SE: AUMENTA r e/o B_{t-1} e/o GN_t ; oppure SE CALA T_t

RAPPORTO DEBITO/PIL AL TEMPO t.

Si parte dalla precedente equazione $B_t = (1 + r)B_{t-1} + GN_t - T_t$

e si divide tutto per $Y_t \Rightarrow$

$$B_t/Y_t = (1 + r) \cdot B_{t-1}/Y_t + (GN_t - T_t) / Y_t$$

Poi, per convenienza, si moltiplica B_{t-1}/Y_t per $Y_{t-1}/Y_{t-1} \Rightarrow$

$$B_t/Y_t = (1 + r)(Y_{t-1} / Y_{t-1}) \cdot B_{t-1}/Y_t + (GN_t - T_t) / Y_t \Rightarrow$$

Ci si ricorda (dalla lezione sull'utilità scontata) che la formula del montante è $Y_{t+1} = Y_t (1 + g) \Rightarrow$

$$Y_t / Y_{t-1} = (1+g) \Rightarrow Y_{t-1} / Y_t = 1/(1+g) \Rightarrow$$

Nella misura in cui r e g sono sufficientemente piccoli, si usa l'approssimazione: $(1 + r)/(1+g) \sim (1 + r - g) \Rightarrow$

$$B_t/Y_t = (1 + r - g) \cdot B_{t-1}/Y_{t-1} + (GN_t - T_t) / Y_t$$

Anche qui, spostando a sinistra il termine B_{t-1}/Y_{t-1} , ricavo la:

$$\text{DINAMICA DEL RAPPORTO DEBITO/PIL} = \Delta(B_t/Y_t) = (B_t/Y_t - B_{t-1}/Y_{t-1}) = (r - g) \cdot B_{t-1} / Y_{t-1} + (GN_t - T_t) / Y_t$$

In un certo senso, r è "la rata del mutuo", mentre g è "l'aumento dello stipendio": è ovvio che se $g > r$ allora B è – più sostenibile.

Tre semplificazioni che ho usato ai fini degli esercizi:

- 1) il Governo potrebbe finanziare G anche stampando moneta, ma supponiamo che non lo possa fare;
- 2) se non altrimenti specificato, le variabili sono in termini reali. Comunque la logica degli esercizi non muta usando valori nominali: l'importante è non mischiare i concetti;
- 3) rispetto agli esercizi IS-LM senza debito qui mi limito solo alle variabili fiscali e al Pil (ma l'estensione dovrebbe ormai essere facile).

Nei seguenti esercizi la logica di base è sempre quella di:

- 1) Scegliere, tra le equazioni sopra riportate, la più appropriata per il problema e
- 2) riscriverla portando a sinistra dell'uguale la variabile il cui valore è l'incognita del problema.

Qualche dato dal mondo reale:

TAVOLA I.1: INDICATORI DI FINANZA PUBBLICA (in percentuale del PIL) (1)

	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
QUADRO PROGRAMMATICO							
Indebitamento netto	-2,9	-3,0	-2,6	-1,8	-0,8	0,0	0,4
Saldo primario	1,9	1,6	1,6	2,4	3,2	3,8	4,0
Interessi	4,8	4,7	4,2	4,2	4,0	3,8	3,7
Indebitamento netto strutturale (2)	-0,7	-0,7	-0,5	-0,4	0,0	0,1	0,2
Variazione strutturale	0,4	0,0	0,2	0,1	0,3	0,2	0,0
Debito pubblico (lordo sostegni e debiti PA) (3)	128,5	132,1	132,5	130,9	127,4	123,4	120,0
Debito pubblico (netto sostegni) (3)	125,1	128,4	128,9	127,3	123,9	120,1	116,7
Debito pubblico (netto sostegni e debiti PA) (3)	123,9	125,9	126,1	124,7	121,4	117,7	114,4
Obiettivo per la regola del debito (4)						123,4	
Variazione cumulata del saldo primario			-0,1	-0,4	-0,6	-0,5	-0,5
Proventi da privatizzazioni			0,4	0,5	0,5	0,3	

TAVOLA II.1: QUADRO MACROECONOMICO TENDENZIALE (variazioni percentuali, salvo ove non diversamente indicato)

	2014	2015	2016	2017	2018	2019
PREZZI						
Deflatore importazioni	-2,5	-1,6	1,2	1,7	1,7	1,8
Deflatore esportazioni	-0,3	0,5	1,5	1,8	2,0	1,8
Deflatore PIL	0,8	0,7	1,7	1,8	1,8	1,8
PIL nominale	0,4	1,4	3,0	3,0	2,9	2,9
Deflatore consumi	0,2	0,4	1,8	1,9	1,6	1,7
<i>p.m. inflazione programmata</i>	0,2	0,3	1,0	1,5		
<i>p.m. inflazione IPCA al netto degli energetici importati, variazioni % (2)</i>	0,8	1,3	1,5	1,6		

TAVOLA III.1: EVOLUZIONE DEI PRINCIPALI AGGREGATI DELLE AMMINISTRAZIONI PUBBLICHE (1)

	2014		2015	2016	2017	2018	2019
	Livello (2)	In % del PIL					
Amministrazioni pubbliche							
6. Totale entrate	777.206	48,1	48,0	48,5	48,4	48,3	47,9
7. Totale spese	826.262	51,1	50,5	49,9	48,6	47,8	46,9
8. Indebitamento netto	-49.056	-3,0	-2,5	-1,4	-0,2	0,5	0,9
9. Spesa per interessi	75.182	4,7	4,2	4,2	4,0	3,8	3,7
10. Avanzo primario	26.126	1,6	1,7	2,8	3,8	4,3	4,6

NB. MAASTRICHT VUOLE CHE:

$$(B_t/Y_t) = 60\%$$

$$(G_t - T_t)/Y_t = 3\%$$

BCE VUOLE CHE

$$\pi = 2\%$$

CASO 1)

$$B_{t-1}=300$$

$$GN_t=300$$

$$T_t=100$$

$$i=0,4$$

$$\pi=0,2$$

1. Calcoliamo il disavanzo complessivo nel periodo t

$$\text{Disavanzo complessivo in } t = rB_{t-1} + GN_t - T_t = 0,2 \cdot 300 + 300 - 100 = 60 + 200 = 260$$

2. Se in t+1 il livello di GN rimane costante, di quanto dovrebbero variare le imposte per mantenere costante il debito fra t e t+1?

Dato che ne conosciamo tutti i valori, selezioniamo l'equazione del debito e calcoliamo B_t

$$B_t = (1 + r) B_{t-1} + GN_t - T_t$$

$$= 300 + 60 + 200$$

$$= 560$$

Ora ci serve B_{t+1} . Come si fa?

Spostiamo in avanti di un periodo l'equazione del debito (cioè: t-1 diventa t, t diventa t+1 ecc.):

$$B_{t+1} = (1+r) B_t + GN_{t+1} - T_{t+1}$$

$$B_{t+1} - B_t = rB_t + GN_{t+1} - T_{t+1}$$

e sfruttiamo l'informazione contenuta nel vincolo imposto dal problema:

$$\Delta B_t = B_{t+1} - B_t = 0$$

In questo modo isoliamo – e quindi calcoliamo – il richiesto T_{t+1} :

$$0 = 0,2 * 560 + 300 - T_{t+1}$$

$$0 = 112 + 300 - T_{t+1}$$

$$T_{t+1} = 412$$

3. Ora, ristabiliamo $T_{t+1}=100$ e ipotizziamo che GN rimanga costante e pari a 300 sia in t+1 che in t+2. Che valore devono assumere le imposte nel periodo t+2 se il governo decide di rimborsare interamente il debito alla fine di t+2?

Per poter calcolare il valore che le imposte devono assumere per rimborsare interamente il debito al tempo t+2 dobbiamo prima calcolare il debito totale al tempo t+1

$$B_{t+1} = (1+r) B_t + GN_{t+1} - T_{t+1}$$

$$B_{t+1} = (1 + r) 560 + 300 - 100$$

$$= 560 + 0,2 \cdot 560 + 200$$

$$= 112 + 560 + 200$$

$$= 872$$

Ora possiamo imporre il rimborso totale e quantificare il necessario livello delle imposte:

$$B_{t+2} = 0 = (1 + r) B_{t+1} + GN_{t+2} - T_{t+2}$$

$$0 = 872 + 872 \cdot 0,2 + 300 - T_{t+2}$$

$$0 = 872 + 174,4 + 300 - T_{t+2}$$

$$T_{t+2} = 1346,4$$

CASO 2)

$$Y_{t-1} = 150$$

$$GN_t = 10$$

$$r = 0,2$$

$$B_{t-1} = 90$$

$$T_t = 18,25$$

$$g = 0,1$$

1. Nel periodo t il rapporto Debito / Pil risulta crescente o decrescente?

Calcoliamo il rapporto debito/PIL al tempo t-1

$$B_{t-1}/Y_{t-1} = 90/150 = 0,6$$

Per poter trovare il rapporto debito/pil per l'anno t dobbiamo prima trovare il nuovo PIL. E' facile:

CIRCA I TASSI DI VARIAZIONE VALE LA SEGUENTE:

$$Y_{t+1} = Y_t (1 + g)$$

$$Y_{t+1} = (1 + 0,1) 150$$

$$= 165$$

$$B_t/Y_t = (1 + r - g) B_{t-1} / Y_{t-1} + (GN_t - T_t)/Y_t$$

$$= (1 + 0,2 - 0,1) \cdot 0,6 + (10 - 18,25)/165$$

$$= 1,1 \cdot 0,6 - 0,05 = 0,61 \Rightarrow \text{Il rapporto debito/pil per l'anno t è in crescita: passa da 0,6 a 0,61}$$

In alternativa, dopo aver calcolato Y_t , potevamo calcolare direttamente la **variazione** selezionando l'equazione della dinamica:

$$B_t/Y_t - B_{t-1}/Y_{t-1} = (r - g) \cdot B_{t-1} / Y_{t-1} + (GN_t - T_t)/Y_t$$

$$= (0,2 - 0,1) \cdot 90/150 + (10 - 18,25) / 165$$

$$= (0,2 - 0,1) \cdot 0,6 - 0,05$$

$$= 0,12 - 0,06 - 0,05 = 0,01$$

0,01 => il rapporto è crescente e coincide col precedente risultato: 0,61-0,6 => OK.

Circa la già notata importante differenza ($r - g$) il Governo Renzi prevede i seguenti valori per il 2015:

$$i = 4\%;$$

$$\pi = 0,7\%;$$

$$r = 0,04 - 0,007 = 0,033 = 3,3\%$$

$$g = 0,7\% \text{ (reale)}$$

Dunque, $r > g$. Ecco perché dobbiamo ridurre G più di quanto possiamo permetterci di ridurre T (sperando che la riduzione di G sia meno recessiva di quanto T aumenti Y).

2. Qual è il valore delle imposte che STABILIZZA il rapporto Debito / Pil se $GN = 10$?

Quando si parla di stabilizzazione del debito significa che la differenza tra un esercizio e l'altro deve essere nulla.

$$B_t / Y_t - B_{t-1} / Y_{t-1} = 0 = (r - g) B_{t-1} / Y_{t-1} + (GN_t - T_t) / Y_t$$

$$0 = (0,2 - 0,1) \cdot 0,6 + (10 - T_t) / 165$$

$$(T_t - 10) / 165 = 0,06$$

$$T_t = (0,06 + 0,0606) \cdot 165$$

$$T_t = 19,9$$

3a. Qual è il valore di B_t nel caso in cui il rapporto Debito/Pil venga stabilizzato nel periodo t ?

$$B_t / Y_t = (1 + r - g) B_{t-1} / Y_{t-1} + (GN_t - T_t) / Y_t$$

$$B_t / 165 = (1 + 0,2 - 0,1) \cdot 0,6 + (10 - 19,9) / 165$$

$$B_t / 165 = 0,66 - 0,06$$

$$B_t = 0,6 \cdot 165$$

$$B_t = 99$$

3b. Quale valore devono assumere le imposte per rimborsare tutto il debito nel periodo t ?

NB Dato che qui l'obiettivo è $B_t = 0$ allora, per qualunque valore di Y_t , dovrà anche essere che $(B_t / Y_t) = 0$.

$$B_t / Y_t = 0 = (1 + r - g) B_{t-1} / Y_{t-1} + (GN_t - T_t) / Y_t$$

$$0 = (1 + 0,2 - 0,1) \cdot 0,6 + (10 - T_t) / 165$$

$$(T_t - 10) / 165 = 0,66$$

$$T_t / 165 = 0,66 + 0,0606$$

$$T_t = 0,7206 \cdot 165 = 118,9$$

CASO 3)

$$r = 0,45$$

$$T_t = 32$$

$$g = 0,2$$

$$GN_t = 20$$

$$Y_{t-1} = 100$$

$$B_{t-1} = 60$$

1. Calcolate l'andamento del rapporto debito/Pil. Il rapporto debito/Pil sta crescendo o decrescendo?

Per calcolare il rapporto debito/pil devo prima calcolare il reddito dell'anno t.

$$\begin{aligned} Y_t &= (1 + g) Y_{t-1} \\ &= (1 + 0,2) * 100 = 120 \end{aligned}$$

Ora si può utilizzare l'equazione della dinamica del debito/PIL:

$$\begin{aligned} B_t / Y_t - B_{t-1} / Y_{t-1} &= (r - g) B_{t-1} / Y_{t-1} + (GN_t - T_t) / Y_t \\ &= (0,45 - 0,2) 0,6 + (20 - 32) / 120 \\ &= 0,27 - 0,12 - 0,1 \\ &= 0,05 \quad \text{Il rapporto debito/Pil sta crescendo} \end{aligned}$$

2. Calcolate il valore dell'avanzo primario che stabilizza il rapporto debito/Pil. Di quanto devono variare le imposte per ottenere tale stabilizzazione?

$$\begin{aligned} B_t / Y_t - B_{t-1} / Y_{t-1} &= 0 = (r - g) B_{t-1} / Y_{t-1} + (GN_t - T_t) / Y_t \\ 0 &= (0,45 - 0,2) * 0,6 + (GN_t - T_t) / 120 \end{aligned}$$

$$(T_t - GN_t) / 120 = 0,15$$

$$T_t - GN_t = 18 \quad \text{Valore dell'avanzo primario che stabilizza il rapporto debito/pil}$$

Dato che 18 è il valore dell'avanzo primario che stabilizza il rapporto debito/pil e dato che $GN_t=20$ non si muove, allora le imposte "stabilizzanti" (T_t) dovrebbero essere tali da ottenere $T_t - 20 = 18$. Per cui:

$$T_t = 38$$

$$T_t - T_t = 38 - 32 = 6 \quad \text{Le imposte devono variare di 6}$$

CASO 4)

$$B_t = 500$$

$$GN_t = 300$$

$$T_t = 100$$

$$i = 0,3$$

$$\pi = 0,1$$

1. Qual era il valore del debito pubblico nel periodo t-1?

Per trovare il debito dell'anno t-1 dobbiamo trovare prima il tasso d'interesse reale:

$$r = i - \pi = 0,3 - 0,1 = 0,2. \text{ Ora abbiamo tutta l'informazione necessaria:}$$

$$B_t = (1 + r) \cdot B_{t-1} + GN_t - T_t$$

$$500 = (1 + 0,2) \cdot B_{t-1} + 300 - 100$$

$$500 = 1,2B_{t-1} + 200$$

$$B_{t-1} = 300 / 1,2$$

$$B_{t-1} = 250$$

2. Abbiamo visto che $B_{t-1} = 250$ e $B_t = 500$. Di quanto avrebbero dovuto crescere le imposte se il governo avesse desiderato stabilizzare il valore del debito nel periodo t?

$$B_t - B_{t-1} = 0 = r \cdot B_{t-1} + GN_t - T_t$$

$$0 = 0,2 \cdot 250 + 300 - T_t$$

$$T_t = 350$$

$$T_t - T_t = 350 - 100 = 250$$

Le imposte avrebbero dovuto crescere di 250.

CASO 5)

$$B_{t-1} = 50$$

$$r = 0,5$$

$$Y_{t-1} = 100$$

$$g = 0,2$$

1. Se il disavanzo primario è nullo, si calcoli il valore del debito pubblico nel periodo t.

$$\begin{aligned} Y_t &= (1 + g) \cdot Y_{t-1} \\ &= 1,2 \cdot 100 = 120 \end{aligned}$$

Disavanzo primario nullo significa che: $GN_t - T_t = 0$

$$B_t / Y_t = (1 + r - g) B_{t-1} / Y_{t-1} + (GN_t - T_t) / Y_t$$

$$B_t / 120 = (1 + 0,5 - 0,2) \cdot 0,5 + 0$$

$$B_t / 120 = 1,3 \cdot 0,5$$

$$B_t = 0,65 \cdot 120 = 78$$

2. Qual è il valore del disavanzo primario che stabilizza il rapporto debito/Pil?

$$\begin{aligned} B_t / Y_t - B_{t-1} / Y_{t-1} = 0 &= (r - g) B_{t-1} / Y_{t-1} + (GN_t - T_t) / Y_t \\ 0 &= (0,5 - 0,2) \cdot 0,5 + (GN_t - T_t) / 120 \end{aligned}$$

$$T_t - GN_t = 0,15 \cdot 120$$

$$T_t - GN_t = 18$$

Questo è il valore che dovrebbe assumere l'**avanzo** primario per stabilizzare il rapporto debito/PIL. Il **disavanzo** primario, quindi, dovrebbe essere $- 18$.

3. Qual è il valore del disavanzo primario che permette di rimborsare interamente il debito pubblico nel periodo t?

$$\begin{aligned} B_t / Y_t &= (1 + r - g) B_{t-1} / Y_{t-1} + (GN_t - T_t) / Y_t \\ &= (1 + 0,5 - 0,2) \cdot 0,5 + (GN_t - T_t) / 120 \end{aligned}$$

$$T_t - GN_t = 0,65 \cdot 120 = 78$$

Quindi il disavanzo primario, per rimborsare interamente il debito pubblico nel periodo t, deve essere $- 78$.

CASO 6)

$$B_t / Y_t = 0,4$$

$$r = 0,05$$

1. Supponiamo che nel periodo t+1 questa economia produca un rapporto fra disavanzo primario e Pil pari a 0,2: A quale tasso deve crescere l'economia per consentire la stabilizzazione del rapporto debito/Pil nel periodo t+1?

Per trovare il g che stabilizza il rapporto debito/pil, poniamo a zero la dinamica:

$$\Delta(B_{t+1}/Y_{t+1}) = 0 = (r - g) \cdot B_t / Y_t + (GN_{t+1} - T_{t+1}) / Y_{t+1}$$

$$0 = (0,05-g) \cdot 0,4 + 0,2$$

$$0,4g = 0,02 + 0,2$$

$$g = 0,22 / 0,4$$

$$g = 0,55$$

2. Determinate ora il valore delle imposte al tempo t+1, sapendo che il reddito al tempo t è pari a 1000 e che il rapporto debito/Pil viene stabilizzato, al tempo t+1, pur effettuando una spesa pubblica pari a 500.

Prima troviamo il reddito al tempo t+1.

$$Y_{t+1} = (1 + g) Y_t$$

$$= (1 + 0,55) 1000 = 1550$$

Poi, conoscendo tutte le variabili dell'equazione della dinamica del debito/PIL e sapendo che quest'ultimo viene stabilizzato, possiamo impostare il calcolo. Un modo di farlo è iniziare con la parte dell'equazione della dinamica dove non entra la variabile oggetto del problema (cioè le imposte) e dove abbiamo informazione completa:

$$(r - g) \cdot B_t / Y_t =$$

$$(0,05 - 0,55) \cdot 0,4 =$$

$$- 0,5 \cdot 0,4 = - 0,2$$

Quindi, uso il suddetto - 0,2 per determinare il valore delle imposte in una situazione di dinamica nulla:

$$0 = - 0,2 + (500 - T_{t+1}) / 1550$$

$$(T_{t+1} - 500) / 1550 = 0,2$$

$$T_{t+1} = - 0,2 \cdot 1550 + 500 = - 310 + 500 = 190$$

3. Data la precedente situazione, nel periodo t+1 vogliamo rimborsare totalmente il debito: Quante tasse devo prelevare dai contribuenti?

La logica è simile a quella del precedente esercizio:

$$(1 + r - g) \cdot B_t / Y_t =$$

$$(1 + 0,05 - 0,55) \cdot 0,4 =$$

$$0,5 \cdot 0,4 = 0,2$$

$$B_{t+1} / Y_{t+1} = 0 = 0,2 + (500 - T_{t+1}) / 1550$$

$$(T_{t+1} - 500) / 1550 = 0,2$$

$$T_{t+1} = 0,2 \cdot 1550 + 500 = 310 + 500 = 810$$

CASO 7)

$$B_{t-1} / Y_{t-1} = 2$$

$$(GN_t - T_t) / Y_t = 0,1$$

$$g = 0,2$$

1. Che valore deve assumere il tasso di interesse reale affinché il rapporto debito/PIL cali a 1,8?

Usiamo la formula per trovare il rapporto debito/pil, lasciando come unica incognita r.

$$B_t / Y_t = (1 + r - g) B_{t-1} / Y_{t-1} + (GN_t - T_t) / Y_t$$

$$1,8 = (1 + r - 0,2) \cdot 2 + 0,1$$

$$1,8 = 1,6 + 2r + 0,1$$

$$-2r = 1,7 - 1,8$$

$$2r = 1,8 - 1,7$$

$$r = 0,1 / 2 = 0,05$$

2. Supponete che $Y_{t-1}=100$, che $GN_t=100$ e che gli altri dati (tranne il rapporto disavanzo primario/PIL) siano gli stessi del punto precedente.

2a. Quale valore devono assumere le imposte per stabilizzare il debito nel periodo t?

2b. Quale valore devono assumere le imposte per ripagare interamente il debito nel periodo t?

2a.

Per trovare il valore stabilizzante delle imposte in t, devo prima calcolare il reddito corrente.

$$Y_t = (1 + g) \cdot Y_{t-1}$$

$$= 1,2 \cdot 100 = 120$$

Impostiamo il calcolo come nell'esercizio precedente.

$$(r - g) \cdot B_{t-1} / Y_{t-1} =$$

$$(0,05 - 0,2) \cdot 2 = -0,15 \cdot 2 = -0,3$$

Passiamo a calcolare le imposte azzerando la dinamica:

$$0 = -0,3 + (100 - T_t) / 120$$

$$(T_t - 100) / 120 = -0,3$$

$T_t = -0,3 \cdot 120 + 100 = -36 + 100 = 64$. Questo è il valore delle imposte che stabilizza il rapporto debito/pil.

2b.

Dato che qui l'obiettivo è $B_t = 0$ allora, per qualunque valore di Y_t , dovrà anche essere che $(B_t / Y_t) = 0$. Calcoliamo il valore "azzera debito" delle imposte isolando la parte dell'equazione del debito/Pil dove non c'è T:

$$\begin{aligned} B_t / Y_t = 0 &= (1 + r - g) \cdot B_{t-1} / Y_{t-1} \\ &= (1 + 0,05 - 0,2) \cdot 2 \\ &= 0,85 \cdot 2 \\ &= 1,7 \end{aligned}$$

A seguire, possiamo occuparci della parte con le imposte:

$$0 = 1,7 + (100 - T_t) / 120$$

$$(T_t - 100) / 120 = 1,7$$

$$T_t = 1,7 \cdot 120 + 100 = 304$$

CASO 8)

$$B_{t-1}=500$$

$$GN_t=400$$

$$T_t=1000$$

$$i=0,25$$

1. Qual è il valore del tasso di inflazione π che rende possibile che al tempo t il debito sia interamente rimborsato?

PER MEMORIA: $(1 + r) = (1 + i - \pi)$

$$\begin{aligned} B_t = 0 &= (1 + i - \pi) \cdot B_{t-1} + GN_t - T_t \\ &= (1 + 0,25 - \pi) \cdot 500 + 400 - 1000 \\ &= - 500 \pi + 625 - 600 \end{aligned}$$

$$500 \pi = 25$$

$$\pi = 0,05$$

2. Sia $\pi = 0,15$ mentre il tasso di interesse nominale e il disavanzo primario assumano il valore indicato nei dati dell'esercizio. Se nel periodo t il debito viene stabilizzato, quale valore aveva il debito nel periodo $t-1$?

$$\begin{aligned} B_t - B_{t-1} = 0 &= (i - \pi) \cdot B_{t-1} + GN_t - T_t \\ &= (0,25 - 0,15) \cdot B_{t-1} + 400 - 1000 \end{aligned}$$

$$- 0,10 \cdot B_{t-1} = - 600$$

$$B_{t-1} = 600$$

CASO 9)

$$B_{t-1}=500$$

$$GN_t=300$$

$$T_t=200$$

$$i=0,25$$

$$\pi=0,05$$

1. Quale valore deve assumere il disavanzo primario nel periodo t+1, se si desidera rimborsare tutto il debito al termine di tale periodo?

Prima dobbiamo trovare l'entità del debito al tempo t.

$$\begin{aligned} B_t &= (1 + r) \cdot B_{t-1} + GN_t - T_t \\ &= 1,20 \cdot 500 + 300 - 200 = 700 \end{aligned}$$

Ora quantifichiamo il disavanzo che consente il rimborso di tutto il debito al termine del periodo t + 1.

$$B_{t+1} = 0 = (1 + r) \cdot B_t + GN_{t+1} - T_{t+1}$$

$$T_{t+1} - GN_{t+1} = (1 + 0,20) \cdot 700 = 840 \quad \text{Questo è il valore dell'avanzo primario.}$$

Pertanto, - **840** è il valore del **disavanzo** primario che serve a rimborsare totalmente il debito alla fine dell'anno t + 1.

2. Se, invece, al termine del periodo t+1 si intende solamente dimezzare il debito del periodo precedente (ovvero: $B_{t+1} = 0,5 B_t$), quale deve essere il valore del disavanzo primario nel periodo t+1?

$$B_{t+1} = 0,5 B_t$$

$$= 0,5 \cdot 700 = 350 \quad \text{QUESTO E' IL VALORE OBIETTIVO DELL'ESERCIZIO}$$

$$350 = (1 + r) \cdot B_t + GN_{t+1} - T_{t+1}$$

$$T_{t+1} - GN_{t+1} = 1,2 \cdot 700 - 350 = 490 = \text{Avanzo primario} \Rightarrow -490 = \text{Disavanzo primario}$$

CASO 10)

$$B_{t-1}=500$$

$$i=0,3$$

$$\pi=0,1$$

1. Calcolate il disavanzo totale del periodo t nel caso in cui il disavanzo primario ($GN_t - T_t$)=50

PER MEMORIA: Disavanzo totale al tempo t = $B_t - B_{t-1} = rB_{t-1} + GN_t - T_t$.

Ci manca solo $B_t \Rightarrow$

$$\begin{aligned} B_t &= (1 + r) \cdot B_{t-1} + GN_t - T_t \\ &= (1+0,3-0,1) \cdot 500 + 50 = 650 \end{aligned}$$

$$\text{Disavanzo in } t = 650 - 500 = 150$$

2. Supponete che in t+1 la spesa pubblica rimanga invariata. Di quanto dovrebbero aumentare le imposte perché il debito pubblico sia interamente ripagato in t+1?

$$\begin{aligned} B_{t+1} = 0 &= (1 + r) \cdot B_t + GN_{t+1} - T_{t+1} \\ 0 &= 1,2 \cdot 650 + GN_{t+1} - T_{t+1} \end{aligned}$$

$$T_{t+1} - GN_{t+1} = 780$$

Dunque, nel periodo t avevamo un **disavanzo** primario di 50 e ora, al tempo t+1, abbiamo un **avanzo** primario di 780. Ricordando che GN rimane invariata, ovvero che si muovono solo le tasse, le imposte devono aumentare di 830(=780+50).

3. Sotto le stesse ipotesi di spesa pubblica invariata, di quanto dovrebbero variare le imposte per stabilizzare il debito nel periodo t+1, se il tasso di inflazione raddoppia?

$$\text{Raddoppia l'inflazione: } r = i - \pi = 0,3 - 0,2 = 0,1$$

$$\begin{aligned} B_{t+1} - B_t = 0 &= r \cdot B_t + GN_{t+1} - T_{t+1} \\ 0 &= 0,1 \cdot 650 + GN_{t+1} - T_{t+1} \end{aligned}$$

$$T_{t+1} - GN_{t+1} = 65$$

Dunque, al tempo t avevamo un disavanzo primario di 50. Ora sappiamo anche che in t+1 abbiamo un avanzo di 65. Ricordando che GN rimane invariata per stabilizzare il debito con la nuova situazione inflazionistica, le imposte dovrebbero aumentare fino a 115(=50+65)

Notate che **il calo dell'inflazione aumenta i costi per il debitore** (cioè dello Stato, cioè di noi contribuenti):

se l'inflazione non raddoppia, ovvero se resta come indicato nella situazione iniziale a $\pi = 0,1$ (per cui $r=0,2$), allora i precedenti calcoli mostrano che:

$$B_{t+1} - B_t = 0 = r \cdot B_t + GN_{t+1} - T_{t+1}$$

$$0 = 0,2 \cdot 650 + GN_{t+1} - T_{t+1}$$

$$T_{t+1} - GN_{t+1} = 130$$

Dunque, per stabilizzare il debito con una più bassa inflazione, le imposte dovrebbero aumentare fino a 180(=50+130): molto di più del 115 di prima che era associato a $\pi = 0,2$!

Se, poi, $\pi = 0$ (per cui $r=i=0,3$), allora il livello stabilizzatore delle imposte salirebbe a 245:

$$B_{t+1} - B_t = 0 = r \cdot B_t + GN_{t+1} - T_{t+1}$$

$$0 = 0,3 \cdot 650 + GN_{t+1} - T_{t+1}$$

$$T_{t+1} - GN_{t+1} = 195 \Rightarrow 195+50=245$$

CASO 11)

$$B_{t-1}=600$$

$$Y_{t-1}=1000$$

$$Y_t=1050$$

$$i=0,2$$

$$\pi=0,1$$

1. Qual è il valore dell'avanzo primario che consente di stabilizzare il rapporto debito/Pil nel periodo t?

Per risolvere questo punto dobbiamo prima di tutto ricavare il tasso di crescita della produzione, questo è possibile in quanto tra i nostri dati abbiamo Y_{t-1} e Y_t e sappiamo anche che $Y_t = (1+g)Y_{t-1}$. Dunque, esplicitiamo per g :

$$Y_t = (1+g)Y_{t-1} \Rightarrow$$

$$Y_t = Y_{t-1} + gY_{t-1} \Rightarrow$$

$$Y_t - Y_{t-1} = gY_{t-1} \Rightarrow$$

$$g = (Y_t - Y_{t-1}) / Y_{t-1}$$

Mettendoci i numeri del problema:

$$g = (1050 - 1000) / 1000$$

$$g = 0,05$$

Ora possiamo calcolare l'avanzo primario che consente di stabilizzare il debito nel periodo t:

$$B_t / Y_t - B_{t-1} / Y_{t-1} = 0 = (r - g) \cdot B_{t-1} / Y_{t-1} + (GN_t - T_t) / Y_t$$

$$0 = (0,1 - 0,05) \cdot 600 / 1000 + (GN_t - T_t) / 1050$$

$$0 = (0,1 - 0,05) \cdot 0,6 + (GN_t - T_t) / 1050$$

$$(T_t - GN_t) / 1050 = 0,05 \cdot 0,6$$

$$(T_t - GN_t) = 0,03 \cdot 1050$$

$$= 31,5 = \text{valore dell'avanzo primario che stabilizza il rapporto debito/PIL.}$$

2. Se $GN_t=50$, qual è il valore di T_t che consente di rimborsare l'intero debito al termine del periodo t?

$$B_t / Y_t = 0 = (1 + r - g) \cdot B_{t-1} / Y_{t-1} + (GN_t - T_t) / Y_t$$

$$0 = (1 + 0,1 - 0,05) \cdot 600 / 1000 + (50 - T_t) / 1050$$

$$(T_t - 50) / 1050 = 1,05 \cdot 0,6$$

$$T_t = (0,63 \cdot 1050) + 50 = 611,5 + 50$$

= 711,5 = valore delle imposte che azzerano il debito al tempo t.

CASO 12)

$$B_{t-1} = 200;$$

$$GN_{t-1} = 300;$$

$$T_{t-1} = 300;$$

$$r = 0,1.$$

Assumete che nell'anno t il governo aumenti la spesa pubblica di 100 per un solo anno e che r e T non varino.

1. Quale sarà il livello del debito alla fine dell'anno t+2?

$$B_t = (1 + r) \cdot B_{t-1} + GN_t - T_t$$

$$= 1,1 \cdot 200 + 400 - 300$$

$$= 320$$

$$B_{t+1} = (1 + r) \cdot B_t + GN_{t+1} - T_{t+1}$$

$$= 1,1 \cdot 320 + 0$$

$$= 352$$

$$B_{t+2} = 0 = (1 + r) \cdot B_{t+1} + GN_{t+2} - T_{t+2}$$

$$= 1,1 \cdot 352 + 300 - 300$$

$$= 387,2$$

2. Quale valore dovrebbe assumere l'avanzo primario nell'anno t+2 per stabilizzare il valore del debito in t+2?

$$B_{t+2} - B_{t+1} = 0 = r \cdot B_{t+1} + GN_{t+2} - T_{t+2}$$

$$= 0,1 \cdot 352 + GN_{t+2} - T_{t+2}$$

$$T_{t+2} - GN_{t+2} = 35,2$$